#### Несколько шагов в интересную сторону... (часть 1)



### Алферов Сергей Александрович

Родился 28 августа 1958 года в Ульяновской области и до сего времени живет на Волге. В 1975 окончил школу в Тольятти, в 1980 окончил МИИТ «Мосты и тоннели». Инженер, проектировщик.

http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321037.htm

// «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.13926, 23.10.2006

Эта тема возникла более года назад. Вдруг стали совпадать «картинки» отдельных самостоятельных исследований в разных предметных областях. Это были итоговые графики распределений ресурсов в осях, задающих доли общей суммы (общего целого). Конечно, сразу возникло понимание важности соединения этих отдельных результатов, тем более, что они трактовались авторами по-своему. И так как содержание темы превышало мои возможности (в глубине познаний и свободном времени), я попробовал переадресовать задачу... Могу в очередной раз подтвердить, что «инициатива наказуема» изначально. Не обессудьте, здесь я попытаюсь изложить эту тему.

<u>1</u>

В начале мне придется повторить исходное из текста «Гармоничное распределение доходов и Золотая пропорция» (http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02320025.htm).

...интересны критерии, *признаки «благосостоящего общества»*. Фундаментальные критерии его находятся в духовной сфере. Но есть критерии социальной жизни, критерии «на поверхности», являющиеся, тем не менее, точными индикаторами состояния и перспектив общества. По ним и должен осуществляться федеральный мониторинг социального здоровья общества...

Причины, которые приводят к конкретным распределениям, могут быть разные... Здесь нам важен показательный индикатор, через который можно Несколько-шагов-в-интересную-сторону.doc 1/71 предвидеть социальные потрясения или благополучие, предвидеть изменение качества жизни.

Индикаторы устойчивости и эффективности социума связаны с пропорциями распределения зарплаты и собственности... Зарплата, как основной элемент в суммовом потребительском обороте, достаточно четко интегрирует процессы (прямые и обратные связи), позволяет анализировать экономические и социальные последствия установившихся пропорций и прогнозировать «макроэкономическое поведение». Важен первый элемент культуры распределения в обществе – распределение зарплаты...

...Существуют кривые распределения доходов, которые задают границы эффективности. Исходные данные, зависимости и соответствующие им кривые – «эмпирические». Границы/кривые – имеют разное значение.

Сначала — о системе координат. Получилось так, что форму графического представления данных продиктовали сами цели исследования. Полученные графики идентифицировались для себя, как «графики распределения в суммовых относительных величинах». Несмотря на то, что через 3 года я узнал, что эта форма имеет название «диаграмма Лоренца», старая идентификация по своей содержательности осталась мне близкой. Дальше мы увидим, что это представление и сами функции имеют ещё одну идентификацию, наиболее точно позиционирующую ее место в существующей методологии знания.

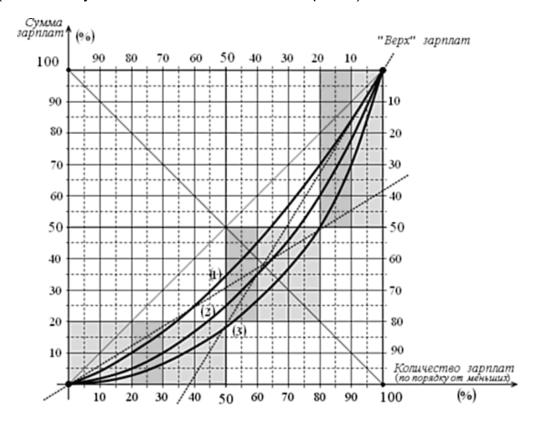
Итак, по оси X откладывается количество зарплат нарастающим итогом (в %).

По оси Y — суммовая величина всех зарплат от меньшей до данного значения X нарастающим итогом (в %).

1-ая кривая, самая верхняя — кривая уравнительности. Выход реальной кривой распределения за нее вверх («выпрямление») приводит к неэффективной уравнительности. 2-я кривая — кривая «допустимой дифференциации доходов», кривая «социальной эффективности». Между 1-й и 2-й кривыми образуется коридор нормальных распределений, коридор «социальной эффективности». Кривые распределения доходов в европейских развитых странах оказались по факту развития этих стран именно в этом коридоре.

3-я кривая – кривая «опасного распределения доходов». Она является кривой опасности, кривой деструктивных процессов в социуме. Соответственно, коридор между 2-й и 3-й кривыми – это коридор опасности, коридор нарастающей социальной дисгармонии, коридор нарастающей «социальной неэффективности».

Как видим на нижнем рисунке, в координатной сетке «суммовых относительных величин» имеется узкий коридор социальной эффективности между первой и второй кривыми (в ~10% на участке 40% — 90% от низа зарплат).



Эти кривые имеют эмпирический характер, но они точно аппроксимируются формульными зависимостями. Типы этих зависимостей по своим математическим свойствам очень характерны этим кривым.

Соотношения <u>1-ой кривой «А»</u> описываются формулой:  $y = 0.01 \, \mu_1^2 x \cdot \left(x + 100 \, \mu_1^2\right)$ .

Вторая кривая «А» описывается средней линией

между параболой  $y=0,01x^2$  и показательной функцией  $y=9,9\cdot \left(\mu_2^{0,05x}-1\right)$ .

После 2-ой кривой (ниже) вообще невозможно аппроксимировать параболой!

<u>Третья кривая «А»</u> описывается показательной функцией:  $y = 4,1 \cdot \left( y^{0,2x} - 1 \right)$ .

(Только напомню:  $\square$  2=1,618...,  $\square$  =(2- $\square$  1)0,5,  $\square$  1=0,618...)

Ограниченные 3-мя кривыми два коридора распределений имеют физический (предметный) и математический смысл:

- 1-ый (верхний) коридор коридор «нормальных распределений доходов» является *«параболическим»* коридором,
- 2-ой (нижний) коридор коридор «нарастающей социальной дисгармонии» является *«показательным»* коридором.

Итак, эти кривые, имеющие еще смыслы ограничения в «налоговых линейках» (см. полный текст) и называемые «Золотые кривые», обозначаются, как «А»-кривые. Полученные от них дифференцированием кривые распределения конкретных значений величин, называются «В»-кривые.

Как видим, Золотые А-кривые не симметричны относительно диагонали (100,100). «Эксцентриситет несимметричности» (или выпуклость) расположен у них в нижней части (x<50%). Понимание смысла места выпуклости нам пригодится дальше. Поэтому приведем выдержку из заключения «опорного текста», содержащего описание параметров, по которым можно определить и выразить смещение «эксцентриситета кривизны» в неких опытных кривых распределения относительно «базовых кривых» (там это были кривые семейства А-1, А-2, А-3, но это не важно).

Кривизна (если хотите — «степень изогнутости») кривых рассматривается относительно диагонали абсолютной уравнительности (у=х). При этом стандартное семейство кривых «А» задает стандартный «эксцентриситет кривизны» для других подобных кривых. То есть мы хотим рассмотреть случаи, когда новая опытная кривая пересекает «семейство А-кривых», или в общем случае, когда она относительно «семейства кривых нормального эксцентриситета» проходит по разному на начальном и конечном участках: круче на одном и положе на другом. «Круче» — то есть «выпучиваясь» ниже за кривые нормального распределения кривизны.

Прежде всего – что означает такое поведение?

Более кривая линия (в целом, или на каком то участке) отражает менее уравнительное распределение, или, по другому, – распределение доходов с более быстрым нарастанием по мере их роста. Если сравнить начальный (до X=50%) и конечный участки, то, разумеется, более быстрый темп нарастания зарплаты в социуме целесообразен как раз на начальном участке. Что и отразилось в изображении (и формулах) кривых: их максимумы относительно диагонали «у=х» находятся на этой половине. Мы говорим о «нормальном эксцентриситете кривизны» в зоне X<50%!

Если относительно какой-то стандартной А-кривой новое опытное распределение проходит на начальном участке выше, а потом, пересекая стандарт-кривую, проходит ниже, то в общей сумме зарплаты доля меньших зарплат увеличивается, и при этом эта доля распределяется равномернее. Вообще-то, стандарт-кривые в рамках общей задачи определения гармоничного распределения

доходов оптимальны по форме: по соотношению темпов возрастания доходов, по изменению темпа. Наибольшую крутизну у них имеют начальные участки. Наибольшую крутизну относительно конечного участка имеет 2-ая кривая, это видно на рисунке по приближению в начале 2-кривой к 3-кривой. То есть 2-кривая дает «послабление» доле больших зарплат, «требуя» при этом быстрого нарастания в меньших зарплатах.

2

В апреле этого года на сайте «Академия тринитаризма» была опубликована статья Г. Я. Мартыненко «Золотое сечение в нумерологии текста» (http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321035.htm). Приведем выдержки и из нее.

«Итоговые турнирные таблицы футбольных чемпионатов, организованных по круговой системе, отражают результаты длительной турнирной борьбы. Для каждой команды эти результаты фиксируются в виде числа побед, ничьих и поражений, за которые начисляется определенное число очков.

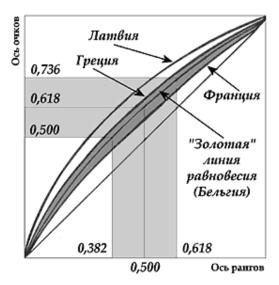
Каждая из таких таблиц может рассматриваться как убывающее ранговое распределение, в котором в качестве независимой переменной выступает номер места, занятого командой в данном чемпионате, т. е. ранг, а в качестве зависимой переменной — число набранных очков.

Установлено, что такие таблицы для стран с нормальным, усредненным уровнем развития футбола обладают определенными симметрийными свойствами, а именно:

- 1. Если турнирную таблицу разделить на две равные половины по оси рангов, то количество очков, набранных командами, относящимися к верхней половине таблицы, тяготеет к золотому числу 0,618, т. е. зеркальной симметрии по оси рангов приблизительно соответствует золотая симметрия по оси очков.
- 2. И наоборот, если турнирную таблицу разделить на две половины с одинаковым количеством очков, то граничной точке 0,5 будет соответствовать золотое число 0,382 по оси рангов.
- 3. Золотому числу 0,618 по оси рангов соответствует золотое число 0,736, равное 0.5 + 0.236.»

Вот здесь – стоп. Сделаем комментарий. Если «в турнирной таблице равные половины по оси рангов» — это равные количества команд сверху и снизу по занятым местам, то те же 3 пункта можно сформулировать так:

- 1. Верхняя половина команд имеет примерно 62% очков от общей суммы очков (от 100%); соответственно, нижняя половина команд ~38% очков.
  - 2. По 50% очков набирают ~38% верхних команд и ~62% нижних.
  - 3. 62% верхних команд набирают ~74% очков.



Ну а теперь дальше.

Соответствие между симметрийными точками по оси рангов и оси очков показаны на рисунке.

Здесь мы видим основной «золотой полукрест», построенный на основании соответствия чисел зеркальной и золотой симметрии, а также два «полумесяца»:

внутренний и внешний. В первом группируются чемпионаты, тяготеющие к гармоничному соотношению очкового багажа лидеров и аутсайдеров. Это соотношение регулируется правилом золотого сечения. Здесь группируются преимущественно крепкие европейские «середняки» (чемпионаты Чехии, России, Португалии и др.). Во втором полумесяце располагаются чемпионаты, сильно отклоняющиеся от нормы в ту или иную сторону: или в сторону выравнивания класса игры между «элитой» и «периферией» (например, чемпионаты Италии, Франции, Англии), или в сторону резкого разрыва в классе между ними (например, чемпионаты Германии, Голландии, Греции).

...В работе на материале футбольных таблиц мы старались показать, что в некоторых случаях распределение активностей между элитарной и периферийной подмножествами команд, образующих лигу, регулируется симметрийными отношениями по оси рангов и оси «заработанных» в ходе чемпионата очков на основе правила золотого сечения (см. раздел 5).

...Резюмируя сказанное, отметим, что во всех наших иллюстрациях соотношение между новизной и известностью, простотой и сложностью,

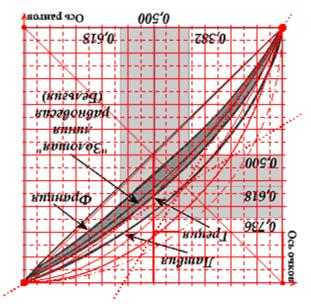
<u>стандартностью и уникальностью, элитарностью и периферийностью регулируется</u> законом золотого сечения.

Прокомментируем дальше. Как принято, ранги упорядочиваются (нумеруются) от большего (лучшего) и откладываются на оси абсцисс от начала координат. То есть на верхней диаграмме шкала оси «Х» выстроена от большего к меньшему в отличие от диаграммы «шага\_1». Совместим эти 2 диаграммы, для чего развернем футбольную диаграмму так, чтобы было следующее значение осей:

«Х»: суммарные группы участников, то есть количество участников по нарастающей по порядку от занявших последнее место, в (%),

«Y»: суммарное количество очков, полученное каждой «суммарной группой»» оси «X», в (%). То есть будем строить по пунктам предыдущего комментария.

Результат внизу, но рассматривать его придирчиво не стоит. Я вообще думал не приводить его, так как есть вопросы к графическому исполнению футбольной диаграммы. (Увы, адресов автора Г.Я.Мартыненко я так и не смог найти.) Но чтобы



была ясность, о чем идет речь, я решил все же показать результат совмещения.

Видно, как нечетко приходят линии футбольной диаграммы в начало координат. Возникают сомнения и по поводу места эксцентриситета (ассиметричной выпуклости) футбольных линий; здесь он получился вверху. (А вот если бы наложить диаграммы другими концами, то: а) линия А1, имеющая квадратное

уравнение y=0,01□ ₁x□ (x+100□ ₁), пройдет точно между линиями «Греции» и «Золотой»; б) линия A2 практически совпадет с линией «Латвии».)

А в остальном и в целом смысловое и графическое совпадение главных линий диаграмм интересно...

<u>3</u>

Чтобы не возвращаться к последующему пункту еще раз и увидеть всю его тему сразу, вспомним здесь формулы и образы статистики. Их хорошо можно увидеть на ресурсе Интернет: http://www.nsu.ru/mmf/tvims/chernova/PlotDist.html.

Следующие определения даны на основании материалов Интернет.

Распределение	Принцип (идея)	Плотность вероятности	Примечание
«Нормальн ое» Гаусса (сер. ХІХв.)	$y = \frac{1}{e^{x^2}}$	$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \epsilon$	Стохастические  системы (случайные величины)  т — смещение по оси X (генеральное среднее)  п — масштаб (п ² — дисперсия)
<b>Парето</b> (1897г.)	$y = rac{1}{x^r}$ (гиперболы Парето)	$p(x) = \frac{a}{x^{a+1}}  \bullet \bullet$	Социальные системы  а=0□ 2  Лотка (науковедение),  Ципф (лингвистика),  Саймон (демография)  Прайс (наукометрия)
<b>Вейбулла</b> (1939г.)	$p(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{b^{x^n}}}$	$p(x) = \frac{a}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{a-1}$	Системы         со         «слабым           звеном». Наличие внешнего           управляющего           воздействия $\boldsymbol{b}$ – масштаб, $\boldsymbol{a}$ – параметр формы

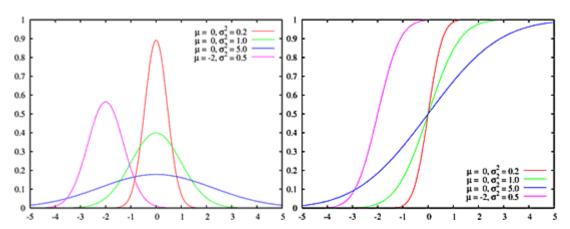
Несколько-шагов-в-интересную-сторону.doc

- \*) Кривая нормального распределения Гаусса (колокол с вершиной (x=0, y=1) и расходящимися краями к «y=0» в □ х-бесконечностях) есть суперпозиция показательной функции и параболы (отрицательная парабола служит аргументом степени для основания «e»).
- \*\*) Эти параметры приводят к наиболее простому виду формулы функции распределения (см. дальше)
- \*\*\*) Интересно вспомнить здесь 2 красивых интеграла:  $\int_{0}^{+\infty} e^{-x} dx = 1 \quad \int_{0}^{+\infty} e^{-x^{2}} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$  (Пуассона).

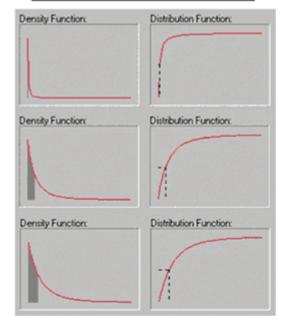
**Плотность распределения вероятности** показывает как часто в определенном одинаковом событии появляется случайная величина «х» в некоторой окрестности точки  $x_0$ .

На следующих рисунках изображены: слева — функция плотности вероятности  $\pmb{p(x)}, \text{ справа } - \text{ функция распределения }^{F(x)} = \int p(x) dx .$ 

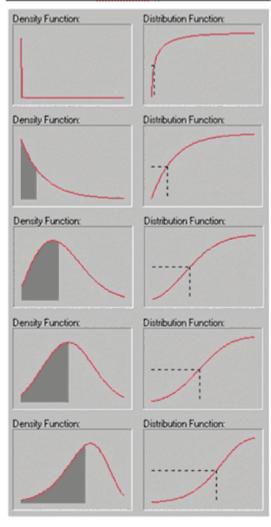
# <u>Распределение Гаусса</u>



Распределение Парето для а =1, 3 и 5



Распределение Вейбулла (a= 0.5, 1, 2, 3, n 10)



Интересно видеть, в каких формах проявляется закономерность, обнаруженная Парето, а вслед за ним и другими исследователями:

□ распределение числа граждан и предприятий наиболее развитых государств

Европы по величине их доходов <i>«х»</i> (□ □ 2, В.Парето, 1897 г.)
□ распределение городов по численности в отдельных странах ((□ □ 1,
Ф.Ауэрбах, 1913 г.; если территория представляет собой целостный экономический
район, население n-го по размеру города составляет 1/n числа жителей самого
крупного города: <b>Nr = N₁/r.</b> )

 $\square$  распределение слов в языке (Эсту, 1916 г.<до Ципфа!>; в языке является константой величина, являющаяся произведением частоты встречаемости слова и его порядкового номера (ранга) в списке слов, упорядоченном по убыванию частоты  $N_{r}$  r  $\square$  C = const.

□ распределение биологических родов по численности видов (Д.Уиллис,				
1922 г.)				
□ распределение числа научных сотрудников в зависимости от числа				
опубликованных ими статей (□ =2□ 3, А.Лотка, 1926 г.)				
□ распределение городов по количеству их населения (□ □ 2, Г.Саймон)				
$\square$ распределение различных слов в литературном и разговорном языке ( $\square$ $\square$				
1,1, Д.Ципф, 1948 г.;				
частота использования в естественных языках n-го по списку используемости слова				
приблизительно обратно пропорциональна «n»)				
□ распределение документов внутри какой-либо тематической области				
(С.Брэдфорд; закономерность концентрации и рассеяния научно-технической				
информации)				
□ распределение ученых по числу опубликованных работ (Д.Прайс)				
□ распределение филателистов в зависимости от величины и стоимости их				
коллекций				
□ распределение вкладчиков г. Москвы по величине их вкладов				
□ распределение количества фирм по группам разной численности				
□ и т.д. (так и хочется спросить «Кто следующий?»)				
Саму же общую закономерность популярно называют «закон 80/20» или закон				

Саму же общую закономерность популярно называют «закон 80/20» или закон рангового распределения: 20 процентов элементов системы имеют значение на 80 процентов, 20% чего-то (кого-то) дают 80% результата.

В распределении Парето интересно то, что характер (графический вид) верхних закономерностей подобен виду функции плотности вероятностей. То есть плотность распределения Парето подобна характеру взаимосвязи соседних элементов (величин) распределения; или за функцией плотности стоит образ конкретных распределений ресурсов. Но о формализме и «статичности» этого популярного и «раскрученного закона» еще ниже.

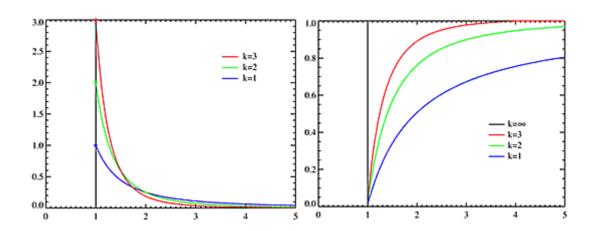
Обратим внимание, что в верхнем списке зависимостей по оси «Х» откладываются:

- 1. ранги объектов измерения (место в списке по порядку от наибольшей измеренной величины),
- 2. границы групп объектов, ранжированных по измеряемой их характерной величине.

Сами ранги по смыслу также являются группами, количество и границы которых исследователь выбирает сам. Размер ранга исследователь выбирает, как необходимо ему, и этот размер диапазона измеряемой величины часто разный. Исследователь подбирает череду диапазонов для рангов с тем, чтобы получающаяся линия была равномерно (монотонно) изменяющейся. Понятно, что это делает ранги непропорциональными изменению величины. Более того, сами эти диапазоны получают системное значение, и должны становиться неким стандартом для возможности сопоставления однотипных выборок.

Есть только один способ избежать этих проблем (неопределенности): необходимо шкалу делать относительной, приводя любой диапазон «min-max» к 100%. И здесь есть один вопрос: оставлять шкалу такой или делать ее (и соответственно, ортогональную ось и всю координатную сетку) суммарной, то есть нарастающим итогом?...

Приведем более четкие графики распределения Парето с Интернет-ресурса «Википедия». В отношении соответствия табличной формуле: здесь  $\mathbf{k} \square \mathbf{a}$ , и присутствует, задавая сдвиг, множитель  $(\mathbf{x}_m)^k = 1$ .



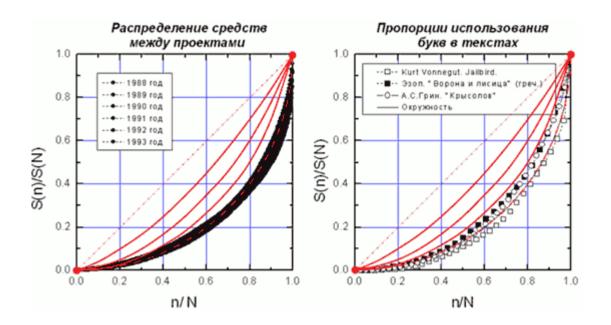
Зачем выше приведены диаграммы распределения Вейбулла □ будет понятно из сопоставления их с соответствующими рисунками следующего «шага».

Полтора года назад прислал мне А.С. Харитонов 2 файла<sup>№ 1</sup>. В них были небольшие статьи сотрудников МИФИ. По ним то и была поставлена задача этих «шагов». Найти самих авторов через Интернет, как позднее и Г.Я.Мартыненко, не получилось. Итак.

Матохин В.В. ««Золотое сечение» управленческих решений», журнал «Электроника: наука, технология, бизнес», №3-4, 1997, С. 99-102

Крянев А.В., Матохин В.В., Климанов С.Г. «Статистические функции распределения ресурсов в экономике», МИФИ, 1998

Нижние рисунки – из первого текста. Общая тема видна сразу. Потому то для сравнения и совмещены на них красными линиями «Золотые кривые».



Увеличить >>>

В тексте В.В.Матохина было озвучено явление, был дан анализ разных ситуаций и предложена оптимизация выбора именно по окружности, как <u>принятому</u> эффективному распределению. Текст кончался словами.

«Вы спросите: «Ну и что из этого следует?». Наблюдая окружающий Вас мир, Вы часто удивляетсь порядку и гармонии. Пытаясь познать причину, человек расширяет свои знания, начиная понимать все более и более глубинные уровни взаимосвязи явлений окружающей нас природы. А как же быть с самим человеческим обществом? Почему мы иногда способны договариваться, если все такие разные? Почему какую-либо вещь мы признаем красивой? По-видимому, согласия невозможно было бы достигнуть, если бы в человеческой природе не существовало объективных законов гармонии. Все превратилось бы в хаос. К счастью общие правила все-таки существуют. Возможно, знание таких общих правил позволит скорее сделать еще один шаг к гармонии нашей жизни.»

Во втором тексте (В.В.Матохин и соавторы) был уже дан анализ семейства кривых, где окружность  $\square$  это частный случай при a=2. Общая формула семейства при прохождении кривых через начало координат, как на левом нижнем рисунке:  $(1 \square y)^a + x^a = 1$ .

Задача была сформулирована так:

На настоящее время уже известно более десяти представлений формулировок статистических функций распределения, связанных с обществом вообще и с экономикой в частности. Многообразие представлений на фоне различной степени общепризнанности каждой из них стимулируют попытку определить вариант, в определенном смысле наилучший для анализа микроэкономического «газа». Сразу оговоримся, что, принимая во внимание изменения во времени исследуемого объекта, речь не идет о попытке свести экономику к идеализированному застывшему состоянию. Речь может идти только о попытке найти такое статистическое распределение, к которому общество постоянно стремится, но никогда в нем продолжительно не находится. В каком-то смысле ситуация подобна маятнику, стремящемуся в процессе колебаний к точке покоя.

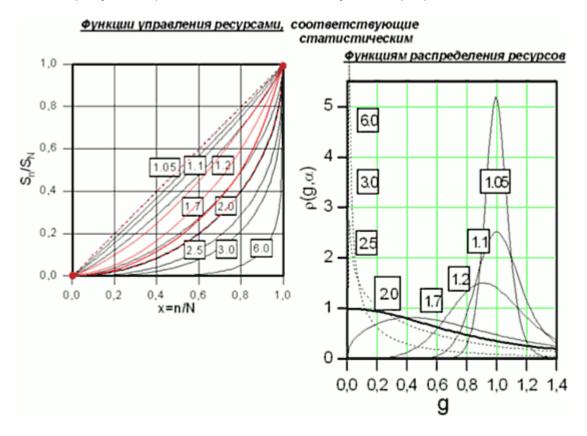
Упомянутое многообразие математических представлений статистических распределений заставляет изначально отказаться от еще одной прямой интерполяции исходных данных и предпринять попытку вывести функцию распределения из более общих принципов. Иными словами, исходные данные интегрируются сначала в систему, позволяя уменьшить влияние составных частей, далее выделяется основная компонента, а затем с помощью дифференциального исчисления находится искомая функция распределения. Конечно, такой способ

вносит дополнительную погрешность, особенно на этапе аппроксимации. Но с другой стороны, использование предварительного интегрирования исходных данных в систему позволяет проводить анализ распределений как единого статистического ансамбля и предоставляет, как видно будет из дальнейшего, дополнительные возможности по исследованию экономических решений.

Задачу авторов просто можно сформулировать так: найти функцию плотности вероятности, исходя из определенных линий «диаграммы Лоренца». Функции, которые были представлены на последней, были симметричными относительно диагонали «1-1» (то есть некими «базовыми») и назывались «функциями управления ресурсами». Рядом математических преобразований была получена следующая формула функции плотности распределения вероятности:

$$p(g,a) = \frac{1}{a-1} \cdot \frac{g^{\frac{2-a}{a-1}}}{\left(1 + g^{\frac{a}{a-1}}\right)^{\frac{a+1}{a}}}$$

На нижних рисунках представлены соответствующие графики из 2-го текста.



3десь  $g=\frac{G_{\pi}}{\overline{G}}$  это величина ресурса, приведенная к среднему значению по выборке.

(Комментарий по поводу этого значения оси абсцисс – смотри дальше.)

В результате были сделаны выводы о «пограничности» линии окружности (a=2) на диаграмме Лоренца « Таким образом, функция управления, которой на плоскости Лоренца соответствует окружность, играет роль границы, разделяющей плотности семейства □ (g, □) на два класса. Более того □ (g, 2) — единственная плотность семейства □ (g, □), □ >1 принимающая ограниченное ненулевое значение при g=0.» Всё.

Надо здесь сказать, что значение *p(0,2)=1* изменяется скачком в начале координат. И вид этой линии на правом верхнем рисунке не соответствует поведению функции возле начала координат. На всем протяжении она практически совпадает с линией «a=1,9» (см. рисунок ниже).

Посмотрите, насколько поведение полученной в МИФИ функции плотности вероятности напоминает поведение в распределении Вейбулла. Только формула сотрудников МИФИ однопараметрическая и без «посторонней» степени над «**e**».

Полученная формула, мне кажется, это очень интересный результат. И здесь будем называть это распределение «базовым распределением МИФИ».

«Остановки внимания» и выводы из первого просмотра этих двух текстов полтора года назад были следующими.

- 1. Любопытно, как на последнем рисунке группа Золотых линий «А» встала в пустую область между линиями «а=1,2» и «а=1,7»...
- 2. Любопытно, как на диаграмме распределения букв в текстах нижняя предельная граница кривых «А» совпадает с верхней предельной границей кривых рисунка...

Распределение букв в текстах на разных языках интересно само по себе, как факт. Можно предположить, что в более богатых языках (более выразительных, с большим количеством букв) распределение будет более пологим. Так и есть: верхняя кривая – русский текст, нижняя – английский.

То, что речь и язык достаточно «эксцентричны», «экспрессивны», выборочны в использовании букв — факт сам по себе интересный. (Как и то, что слово составленное с 1-ой до последней буквы по наибольшей частоте (пропорции) их использования, является как бы наиболее характерным для народа-носителя этого языка; для русского — это «простор» и «простота».)

- 3. Распределение средств на проекты, действительно, должно быть достаточно неравномерным, чтобы средства не распылялись. Более того, по мере развития проектов, их количество должно уменьшаться, должна происходить концентрация разработок перед практическим внедрением. В этом специфика в отличие от распределения зарплаты (доходов), как только еще начала процесса социального перераспределения.
- 4. Насчет «гармоничности» линии окружности (хотя во втором тексте этого так напрямую уже не было. Надо осторожно обобщать все явления во всеобщий Закон вот так абстрактно, на основании отдельных фактов из отдельных областей. Истина конкретна.

Видимо универсальных кривых нет... И это – не плохо. В каждой области – свое... Надо быть адекватной ей.

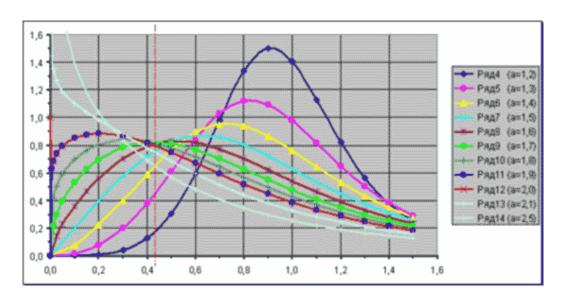
5. Мы говорим об экономике в целом, о макро-экономике. Для экономики, как подсистеме социума, в конечном итоге важно гармоничное распределение доходов. В таком случае соответствующие кривые — это главные кривые экономики. И хорошо, что именно в макро-экономике такие кривые оказались «золотыми» по своим уравнениям.

Возникли и вопросы к авторам (которые, увы, задать было некуда). В «благополучной Европе» установившееся среднее отношение доходов по 10% самых богатых и бедных составляет ~1:7. Это гораздо выше «гармоничной кривой» в форме окружности, для которой такое отношение будет на уровне 1:44... (!?)

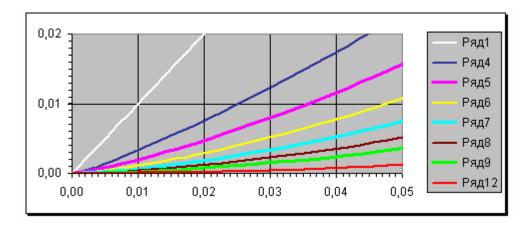
По состоянию же нынешнего анализа захотелось проверить многие выкладки авторов из МИФИ и заполнить пробелы.

На нижнем рисунке представлены линии функции плотности вероятности «базового распределения МИФИ» без пропусков параметра «а», прежде всего 1,2□

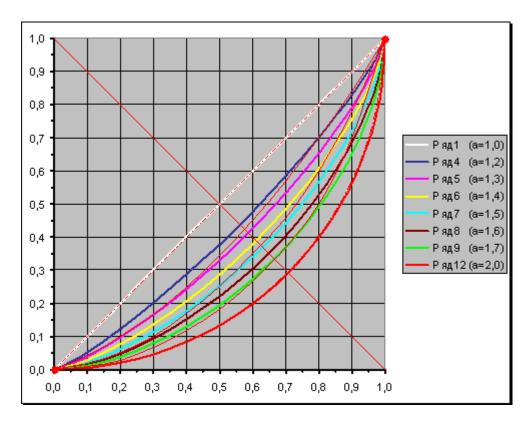
1,7. Просмотрите сами переходные процессы. Обратите внимание на линии «a=1,9» и «a=2,0».



На следующем большом рисунке представлена «диаграмма Лоренца» с линиями МИФИ без пропусков параметра «а» в районе «Золотых линий». Маленький рисунок графически демонстрирует ту ситуацию, что все «суммовые линии» МИФИ в начале координат имеют угол «0□ » и на противоположном конце — «90□ »…



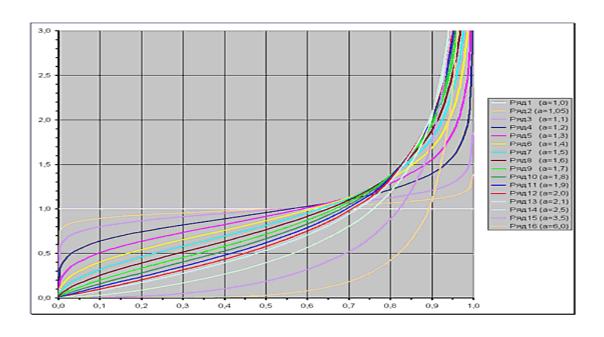
На нижнем рисунке совмещены «Золотые линии». Видно, что «А1» проходит вокруг базовой симметричной линии «а□ 1,25», «А2» — около линии «а□ 1,45», «А3» — около линии «а□ 1,65». Как раз, заполняя пространство, пропущенное в МИФИ, как просто переходное. Но вот именно здесь и образуется нечто важное...



Следующий рисунок иллюстрирует ответ на вопрос, который повел далеко и ответил на один из 2-х главных вопросов этого пути. Сотрудники МИФИ, продвигаясь в своих выкладках, привели, как промежуточную, формулу x(g). Не менее интересно

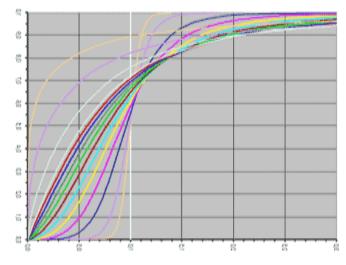
 $g(x) = \frac{x^{a-1}}{\left(1-x^a\right)^{\frac{a-1}{a}}}$ . Здесь «х» — координата в «диаграмме Лоренца», а «g» — величина ресурса.

Итак, на нижнем рисунке представлены линии g(x) для ряда параметров «а».



Не сразу эта красота посмотрелась по-другому. Восприятие должно было «насытиться» видами разных функций распределения, чтобы сформулировать здесь то, что стояло за красотой этой группы линий. Их соответствие линиям функций распределения увиделось четко после оглядки из следующих тем, когда приходилось бродить по множеству вопросов сразу...

Поверните верхний рисунок, чтобы поменялись местами оси координат, то есть посмотрите на эти функции, как на обратные. Вот они на нижнем рисунке.



Увиденное привело К необходимости определиться С «функцией распределения»... Функцией распределения вероятностей (или кратко функцией распределения) называют функцию F(x)определяющую вероятность того, что случайная

величина «х» примет значение, меньшее х<sub>0</sub>. Вероятность того, что непрерывная случайная величина «х» примет значение, принадлежащее интервалу (a, b), равна определенному интегралу от плотности распределения, взятому в пределах от а до b. Потому функцию распределения называют также *интегральной функцией*.

Вернемся к нашим графикам. Вспомним смыслы диаграммы «шага\_1». В координатной плоскости представления распределений «в суммовых относительных величинах» ось абсцисс была названа для случая распределения зарплаты — «количество зарплат по порядку от меньших нарастающим итогом, в %». Для распределения любого вообще ресурса данную ось можно было бы назвать так: «суммарное относительное (в %) количество единиц получения ресурса нарастающим итогом от меньшей величины ресурса». И в этой формулировке уже можно почувствовать «вероятностное» содержание этой оси. Ведь речь идет именно о накопительной сумме частот выпадения ресурса... А исходные суммируемые значения — есть статистический ряд...

Сделаем тогда 3-ю формулировку: *«нарастающая сумма количеств событий, упорядоченных по количеству выпавшего ресурса»*. А «функция распределения» в некотором процессе и формируется значениями частот (вероятности) выпадения

величин ресурса в сумме до данного, начиная с меньшего значения ресурса! А это значит, что наш график линий «В» и есть график функции распределения в обратных осях! В них оси абсцисс и ординат меняются, но это один и тот же график. И два системных подхода иллюстрации распределений, два способа представления статистических результатов, две системы координат линий выборок – это на самом деле взаимосвязанные выражения.

Итак, существующий набор описания статистических распределений содержит сейчас 2 исходных представления:

- 1. функция распределения вероятностей *f(r)* (см. <sup>№ 2</sup>)
- 2. функция плотности вероятностей p(r) = df/dr.

Очевидно, для полноты представления необходимо ввести 3-ю составляющую  $-S(f) = \Box z(f)df$ ,

где r=z(f). Ее можно назвать функцией суммовых соотношений распределения или функцией накопительных частот (функцией накопительных вероятностей).

Правда, эта функция не всегда будет иметь простое алгебраическое выражение. Интеграл от функции, обратной функции распределения, будет сложным чаще всего. Поэтому всегда будет полезнее непосредственно видеть график накопительных вероятностей.

Посмотрим цепочку действий при переходе от графика «суммовых относительных вероятностей» № 3 к графику плотности вероятности. Исходные условия □ суммовые относительные координаты, то есть в диапазоне 0-100%.

- 1. Дифференцирование функции **S**(f) (или построение по тангенсам касательных)
  - 2. Получение обратной функции *f(r)* функции распределения.
  - 3. Дифференцирование *df/dr*

Всю цепочку действий можно назвать: «2 дифференцирования с преобразованием промежуточной функции в обратную».

Обратную цепочку действий можно назвать: «2 интегрирования с преобразованием промежуточной функции в обратную». Приведем ее.

1. Интегрирование функции плотности и получение функции распределения f(r) =  $\Box p(r)dr$ 

- 2. Получение обратной функции r=z(f)
- 3. Получение интегральной функции  $S(f) = \Box z(f)df$  и приведение ее к относительной шкале по оси ординат.

Мы все помним, что геометрический смысл определенного интеграла — это площадь под кривой интегрируемой функции. Но есть некий еще смысл и у неопределенного интеграла. Если вдуматься и посмотреть, то его «действие» связано с преобразованием системы координат. Интегральная функция как раз и преобразует ось ординат исходной функции в суммовую накопительную (но еще не относительную, не на отрезке 100%). Важно помнить: относительность оси ординат не сохраняется при интегрировании или дифференцировании. То есть приводить к относительности, к распределению на едином целом участке необходимо каждый раз «вручную».

И еще один комментарий, связанный с осью абсцисс «g» в графиках МИФИ. Сотрудники МИФИ преобразованием общих выражений вышли, в том числе на то, что функция распределения ресурса, полученная дифференцированием функции накопительных частот (как мы это теперь называем), дает значение не неких «реальных» величин ресурса, а поделенных на среднее арифметическое всей выборки. Само по себе это интересно и может быть полезно. Но, если иметь в виду, что это просто множитель, то необходимо затвердить главное. Одна и та же функция накопительных вероятностей может быть результатом разных по диапазону (minmax) выборок, но характер этих выборок будет один и тот же. Характер как раз и виден в функции накопительных вероятностей. То есть мы можем пропорционально растягивать или сжимать график f(r) по оси величин ресурса, или, что то же самое, вводить масштаб на оси  $\alpha r$ , сохраняя при этом «характер распределения».

Вообще, чтобы легко можно было сопоставлять природу разных распределений на графике, координатную ось, по которой откладываются величины ресурса, лучше делать в относительных единицах: в %% от самого «mini» до самого «max».

В исходном тексте «Смысл экономики» акцентировалось внимание на том, что не имеет значения сама по себе величина разности между самой большой и самой маленькой зарплатами; значение имеет характер распределения между ними.

Возвращаясь к абстрактной математике, необходимо помнить следующее, когда мы имеем какую-то реальную выборку и строим ее представление в 3-х функциях. В этих функциях мы теряем конкретные «реальные» величины, но получаем емкое представление характера всего распределения.

Давайте попробуем увидеть общую закономерность изменения между линиями в суммовых относительных координатах и линиями плотности вероятности. Нас будет интересовать, прежде всего, какие изменения в последних надо ожидать (в каком направлении) при появлении эксцентриситетов первых линий относительно симметричных линий (базовых линий МИФИ).

Эксцентриситета может быть два:

- 1. Ниже на начальном участке и выше на конечном,
- 2. Выше на начальном участке и ниже на конечном.

Посмотрим, например, 2-ой случай. (Будем помнить, что оси координат преобразуются (дифференцированием функций) и меняются местами.)

Итак, исходной базовой линией в суммарной относительной системе координат возьмем линию «распределения МИФИ» с a=2, являющуюся частью окружности. Ее функция плотности распределения имеет форму «горки», промежуточную между «колоколом» и «гиперболой»; то есть легко можно будет представить ее эволюцию. Ну и, во-вторых, она имеет равномерную кривизну, что удобно.

Представим любую линию, которая от начала координат проходит выше этой базовой линии, а потом, естественно, ниже. «Золотые линии» пройдут, например, наоборот. Посмотрим чисто математически.

- 1. При прохождении линии сверху её тангенсы касательных будут сначала больше, потом меньше аналогичных величин базовой линии (имея между собой точку пересечения). На втором участке также будет 2-ая точка пересечения линий тангенсов касательных. Итак, в начале дифференциальная экспериментальная линия пройдет выше.
- 2. Это значит, что, как обратная функция, она в начале пройдет правее и дважды пересечет дифференциальную базовую линию.
- 3. Если тангенс её касательной в начале будет больше, чем у базовой, то на функции плотности это и отразится в повышении этого участка. Вопрос: больше или меньше будет этот тангенс для того, чтобы 2 раза пересечь дифференциальную базовую линию, находясь внутри неё (справа)?
- 4. Вообще то, она может пересечь базовую линию дважды в обоих случаях. Но более естественно и вероятно это произойдет, если в начале её тангенс будет больше тангенса базовой линии.

5. То есть можно говорить только о более вероятном варианте, что, если линия суммовых относительных величин «выпучивается» в верхней части относительно базовой линии, то ее линия плотности вероятности около начала координат будет подниматься вверх (в сторону гиперболы).

Если проверить эти выводы чисто по смыслу изменения конкретных величин, то есть цепочки «суммовые относительные группы величин ресурса» – «вероятность» – «плотность вероятности», то здесь тоже нельзя будет прийти к однозначному результату. Потому что по одной величине вероятности (и её разнице) нельзя судить о плотности вероятности. Результатом же в этом рассуждении будет то, что во 2-ом случае (экспериментальная линия в начале сверху) вероятность для ресурса будет меньше. То есть функция распределения пройдет ниже. Но какой при этом будет её угол? Он может быть, как больше, так и меньше.

Это общие тенденции. Но как на самом деле? Где реально «встанут» линии при этих возможных тенденциях «движения»? Ведь влияния очень сложны ...

Это мы увидим в 4.2 и 4.3.

### **4.1** (так как нам пригодится остановиться и вспомнить)

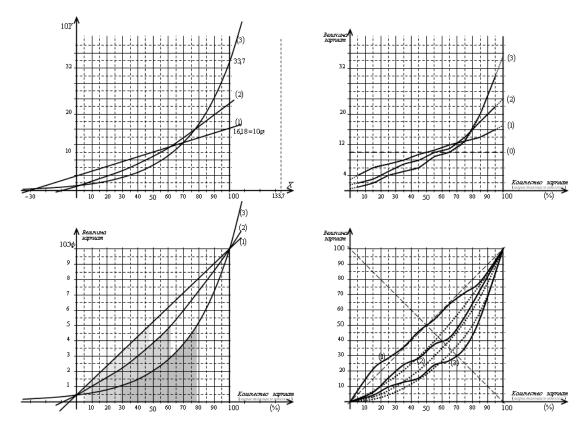
Ниже представлены рисунки из полной версии (желающие могут получить ее через asa@tlt.ru) текста «http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02320025.htm».

Они представлены для опыта преобразований и сопоставления с действиями на следующих рисунках. На нижнем рисунке:

на следующих рисунках. на нижнем рисунке:
🗆 слева вверху: результат дифференцирования аппроксимированных линий
«А», то есть линии «В1», «В2» и «В3», линии величин зарплаты в зависимости от
суммовых относительных групп получателей.
□ слева внизу: эти же линии, но приведенные к одному диапазону (0.45□
10)Эф, по которой определялись пропорции численности «среднего класса»;
□ справа вверху: диаграмма, аналогичная левой, но построенная по значениям
тангенсов касательных к линиям «А»;
□ справа внизу: та же диаграмма, приведенная в относительные координаты
(по ординате).

Несколько комментариев из «Смысла экономики».

Для определения среднего слоя нужны конкретные величины дохода. «Граничные условия» были приняты в долях от «эффективного эквивалента», скажем так «социального воспроизводства» — Эф. Мы знаем, что при других



«граничных условиях» характер суммовых линий «А» останется тот же<sup>№ 4</sup>. Но вот количественные результаты доли «среднего слоя» в обществе связаны с принятыми значениями минимальной и максимальной зарплаты.

Теперь перейдем к рисункам текущего анализа. В начале 🗆 одна ремарка.

Функции распределения достигают значения «1» в бесконечности. В практических задачах распределения ресурсов это неприемлемо. В этих задачах значения конечны. Пытаясь применить для их иллюстрации те или иные стандартные распределения, необходимо в суммарной вероятности дойти до «1» на определенном значении. Это можно сделать по-разному и вывести определенные корректирующие зависимости. Но здесь достаточно ограничиться величиной на графике абстрактного (формульного) распределения, при которой, например,  $\square$   $p_i$ =95%.

Итак, на нижнем рисунке:

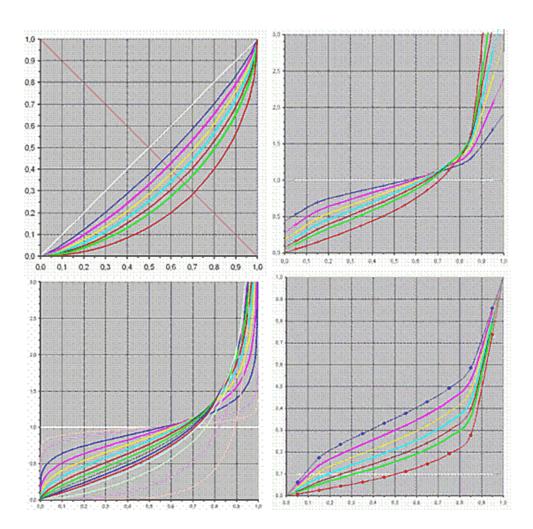
□ слева вверху: уменьшенная предыдущая диаграмма линий распределения МИФИ в суммовых относительных координатах;

□ слева внизу: уменьшенная предыдущая диаграмма реальных значений величин из верхней диаграммы (дифференцированием), которая как *x=f(y)* является функцией распределения;

□ справа вверху: диаграмма, аналогичная левой-нижней, но построенная по значениям тангенсов касательных к линиям правой диаграммы;

□ справа внизу: та же диаграмма, приведенная в относительные координаты (по ординате).

Интересно сопоставить правую верхнюю и левую нижнюю диаграммы. Интересна также наглядность относительных координат из сопоставления двух правых диаграмм.



4.2 (так как нам придется еще немного поговорить на общие темы)

Потому что «напрашивается» пройтись от известных стандартных распределений к представлениям их в «суммовых относительных величинах». Давайте теперь в дополнение к табличным данным «шага\_3» посмотрим и их функции распределения.

### Распределение Гаусса:

функция распределения определена только как канонический ее интеграл.

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\frac{x-m_x}{\sigma_x}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

Вот один из вариантов:

<u>Распределение Вейбулла:</u> функция распределения  $F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\delta}\right)^{\alpha}}$ 

<u>Распределение Парето:</u> интегрированием плотности (см. таблицу в п.2)  $F(x) = m - \frac{1}{x^a} \ .$  получим функцию распределения:

Конечно, интересно получить для этих распределений формулы функций «накопительный вероятностей» и посмотреть их графический вид. Для этого, напомним, необходимо взять интеграл от функции, обратной функции распределения.

Распределение Гаусса пропустим... Для распределения Вейбулла получаем:

$$S = \int_{1}^{a} \ln \left[ \left( \frac{1}{1-z} \right)^{\delta^a} \right] dz$$
, где  $z$  — функция распределения F(x).

Трудно не ошибиться при взятии такого интеграла. Хотя и было бы интересно посмотреть на координатной плоскости «суммовых относительных величин» как сойдутся в углы (0, 0) и (100%, 100%) линии, построенные по полученным «интегральным зависимостям», и какова при этом будет форма у этих «стандартных распределений»...

Попробуем с распределением Парето. Здесь проще; вот результат интегрирования функции, обратной функции распределения:

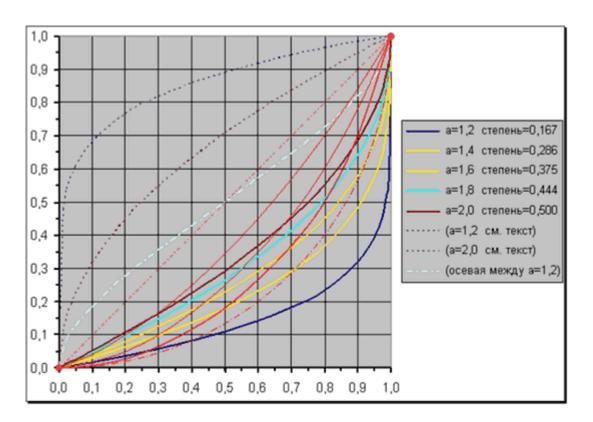
$$S(z) = \frac{a}{1-a} \cdot (m-z)^{\frac{a-1}{a}} + n , \quad \text{ade } z \equiv F(x)$$

В частном случае при m=1 и n=0 получаем:  $S(z) = \frac{a}{1-a} \cdot (1-z)^{\frac{a-1}{a}}$ 

На нижней диаграмме сплошными цветными (кроме красных) линиями представлены результаты вычислений по верхней формуле (z=0 □ 1) с приведением их к относительной шкале. Надо сказать, что реальные линии, посчитанные по этой Несколько-шагов-в-интересную-сторону.doc

формуле, находятся в отрицательной области. При значениях **a<1** расчетные линии проходят в положительной ординате, имея тот же характер и скачком обрываясь в «0» при z=1.

Для сравнения красной линией нанесены «Золотые линии».



Для сравнения на эту графическую плоскость нанесены пунктиром аналогично построенные линии от формулы  $S(z) = z^{\frac{a-1}{a}}$ , то есть по «чистой степени»: для 2-х значений «а» и осевая (или средняя) между линиями с a=1,2.

Какие следуют выводы?

Во-первых, все распределения Парето на суммовых относительных диаграммах имеют верхнюю выпуклость (эксцентриситет), что правильно говорит о быстром нарастании владения ресурсом по мере приближения к наиболее владеющим.

Во-вторых, для данного распределения подтвердилось, что прохождение линий ниже базовых в начале на суммовых относительных диаграммах приводит к подъему вверх линий в начале функций плотности вероятности (гипербола Парето).

Во-третьих, наблюдение за характером этих линий утверждает в правильности аппроксимации «Золотых кривых» через параболу и показательную функцию, в

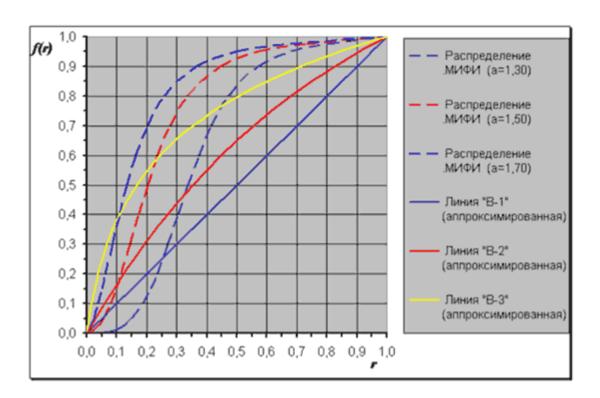
правильности выделения параболического и показательного коридоров и, соответственно, в правильности выводов текста «Смысл экономики».

## 4.3 А теперь вернемся и пойдем дальше.

Пойдем теперь с другой стороны. От «Золотых кривых» — к функциям плотности распределения в соответствии с порядком действий, описанном до (4.1). Эта цепочка действий называлась, как помним, «2 дифференцирования с преобразованием промежуточной функции в обратную». После первых 2-х действий мы получаем функцию распределения *f(r)*.

На нижнем рисунке представлены сплошными линиями кривые функций распределения В1, В2 и В3, приведенные к относительной шкале. Сравните их с линиями на левом нижнем рисунке в начале (4.1).

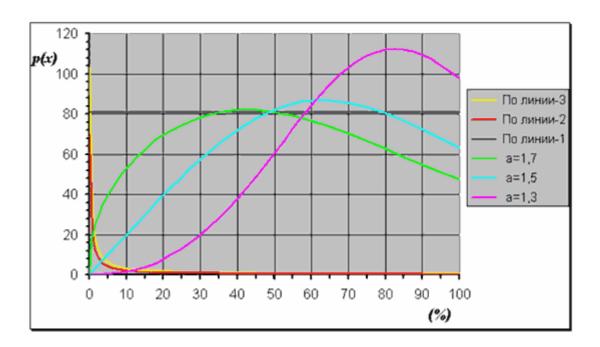
Пунктиром повторно приведены линии функции распределения МИФИ, на этот раз приведенные к относительной шкале при максимальном значении вероятности в 99%.



Второе дифференцирование «золотых кривых» дает следующие формулы:

$$p_1(x) = 50 \cdot p_2 \approx 80.9 \quad p_2(x) = \frac{10}{\ln p_2} \cdot \frac{1}{x} \approx 20.78 \cdot \frac{1}{x} p_3(x) = \frac{5}{\ln x} \cdot \frac{1}{x} \approx 30.9 \cdot \frac{1}{x}$$

Эти графики плотности вероятности распределений, представленных «золотыми кривыми» в интегрально-относительных координатах, приведены на нижнем рисунке. Здесь же повторены 3 линии из распределения МИФИ.



Ну что ж, экстремальный (в сторону Парето) характер плотности для линий «2» и «3», с одной стороны, ожидался. Правда, учитывая «переходность» «А2», предполагалось, что она будет не так близка к «А3», тем более снизу. С другой стороны, как предполагалось из общего рассмотрения взаимного влияния изменений в 2-х формах представления, эти линии должны были сдвинутся по отношению стандартных линий МИФИ в сторону гауссовых. Ну что ж, как есть. Опять же, если нет ошибок в расчетах и сделаны правильные выводы...

Но вот интересен константный характер линии плотности вероятности у главной линии «А1». Эта линия — самая средняя между «гиперболой Парето» и «колоколом Гаусса», средняя между 2-мя крайностями. О «средней линии», о смысле «нормально-краевых распределений» мы как раз будем говорить во 2-ой части. А здесь еще вот, что интересно. Константный характер, то есть равновероятный. Равновероятная линия — то есть равновозможная. Интересная игра слов: равновозможное распределение — это распределение равных возможностей. Равных возможностей — то есть не единообразных, уравнительных, но разно-

образных для разных личностей, позволяющих реализоваться личностному разнообразию, но без удушающей дифференциации по возможностям.

Да, это гипотеза, что есть распределение ресурсов (доходов), наиболее адекватное разнообразию людей и возможности оптимальной творческой самореализации в процессе «социумного воспроизводства». Предполагаем, что такое распределение — квадратичное в суммовых относительных величинах. Социологическую проверку этой гипотезы можно воспринимать, как задачу.

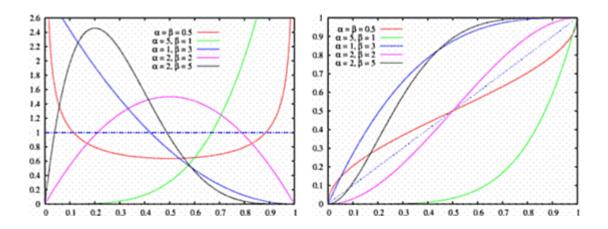
Остается только найти, в каких стандартных распределениях может также встречаться такая линия плотности. Первое – это в бета-распределении (введенном Джини в 1911 г.). Функция его плотности выражается так:

$$p(x) = x^{a-1} \cdot \left(1-x\right)^{b-1} \cdot \frac{1}{B(a,b)}$$
 , где бета \_функция  $B(a,b) = \int_0^1 x^{a-1} \cdot \left(1-x\right)^{b-1} dx$ 

Сама бета-функция иногда так выражается через гамма-функцию (см.ниже):

$$\frac{1}{B(a,b)} = \frac{G(a+b)}{G(a)\cdot G(b)}$$
 , где  $G$  – гамма  $\_ф$ ункция

Вид прямой линии *«у=1»* будет при a=1 и b=1. Ее можно увидеть точечной линией на нижнем рисунке.



И линию плотности, близкую к прямой линии, можно увидеть в гаммараспределении (введенном Везерберн в 1946 г.). Функция его плотности выражается так:

$$p(x) = \frac{\mathcal{F}}{G(\alpha)} \cdot (\mathcal{F}_x)^{(\alpha-1)} \cdot e^{-\lambda x}$$
 , где  $G(\alpha) = \int_0^{+\infty} x^{(\alpha-1)} \cdot e^{-x} dx = 1$  с тем, чтобы  $\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = 1$ 

Вид, близкий прямой линии, будет в диапазоне параметров □ =1 □ 1,5 и □ <0,1

Опять же гамма-распределение при разных своих параметрах имеет линии плотности, аналогичные по виду распределению МИФИ и распределению Вейбулла.

В заключение – 2 комментария по общим вопросам.

По поводу коэффициента Джини. Подобно «диаграмме Лоренца» для меня, упоминание коэффициента Джини в каких-то последующе попавшихся текстах было, как «старая новость»; из постановки фраз понималось так, что он работает просто с площадью под кривой. Разумеется, не преминулось его посчитать. Для 2-ой (средней) кривой «А» он ~0,65 (для y=0,01х² ~0,[6]). Для 3-ей (нижней) — ~0,55. Окружность проходит еще ниже (на ~0,43=2-0.5□). Гармоничные распределения, в частности доходов, как мне представляется, проходят между 1-ой и 2-ой кривыми; там так называемый коэффициент Джини больше 0,65 (до ~0,8). «Гармоничными» по к.Джини считаются кривые, у которых он равен ~0,62 (то есть Золотой Пропорции); а значит соответствующие кривые проходят между 2-ой и 3-ей Золотыми А-линиями. Здесь явное расхождение во мнениях. Мне представляется, что подход заочных оппонентов слишком прост и механистичен…

Площади не отражают (плохо отражают) характер (качество) распределений (кнт Джини — тривиален, его суть – это формальная математика без привязки к конкретной действительности; он идет просто от «физического смысла» и отношений кривых на графиках). Распределения выражаются рядами, последовательностями и, соответственно, формулами кривых.

Коэффициент Джини не реагирует на форму кривой, не замечает под одинаковой площадью разный характер линий, а последнее в суммовых относительных координатах, как Вы убедились, главное. Он – это некий «валовый» грубый инструмент, которому не подвластны тонкие движения, изменения. А в социальных объектах всё тонко, все находится в движении, изменения которого должны улавливаться.

И еще по одному поводу. Гауссова кривая плотности показывает распределение (статистику) более-менее пологого и симметричного колокола вокруг

средней величины. В интегрально-относительной системе координат можно сказать, что линии тоже проявляют статистику вокруг среднего значения. Но сама парадигма среднего значения в ней не интересна, не полна для конкретного управления. Сравним, например, 2 образа линий, несущих один смысл в 2-х системах представления. В интегрально-относительной системе прямая *у=х* — это одинаковая у всех зарплата, то есть абсолютная уравниловка. В системе плотности вероятности это будет вертикальный отрезок посередине. Абсцисса, разделяющая «колокол» на равные площади, соответствует одинаковым количествам значений исследуемого параметра слева и справа (одинаковой вероятности), и ордината этой точки — это соответствующее значение параметра. А на интегрально-относительном графике эта абсцисса «одинаковых количеств значений» равна всегда 50%, она тоже дает некоторую ординату для разных кривых. Например, такая ордината для «кривой уравниловки» равна 50%, для «кривой A1» равна 35%, для кривой A2 — 25%, для кривой А3 — 18%, для «окружности» — 13%... Ho, конечно, «равновероятности» эти ординаты здесь не несут; это значение среднего по выборке.

Вообще, в этом поиске пересекаются, «микшируются» смыслы «статистической обработки результатов измерения» и «анализ явлений через распределение его ресурсов». На одном инструментальном поле у них разные цели: одна ищет правильное значение в разбросе результатов, а другому интересно само распределение, закономерности и последствия...

#### (Продолжение следует)

- <sup>● 1)</sup> Эти файлы я могу выслать желающим; но некоторые объекты формул в них выводятся не правильно.
- $^{lacktleau2}$  r измеряемая величина (величина ресурса). Вообще, функция распределения обозначается по разному: F(x),  $\Phi(x)$ , f(x). Здесь остановились на варианте с маленькой буквы, потому что эта функция сама находится в важном подынтегральном выражении, как обратная функция (см. дальше).
- <sup>® 3)</sup> Можно также назвать « интегрально-относительный график распределения ресурса» или «интегрально-относительный спектр ресурса».
- $^{lacktrightarrow 4)}$  Например, у прямой с любым «k» суммарное нарастание площади происходит по функции  $y=x^2$ .То есть угол наклона прямой «величины зарплаты», а

значит и соотношение min и max зарплаты не имеет значения для характера «суммовых распределений». Вид ее кривой останется неизменным.

Сергей А. Алферов, Несколько шагов в интересную сторону... (часть 1) // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.13926, 23.10.2006

Несколько шагов в интересную сторону... (часть 2)

Сергей А. Алферов

http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321038.htm

Институт Золотого Сечения -Дискуссии

<u>5</u>

С этого шага начинается 2-ая часть нашего путешествия. Хотя задача его была поставлена как раз после знакомства с Владимиром Артюховым.

Вопрос первой части поиска можно сформулировать так: «Есть ли связь и в чем она между 2-мя традиционными форматами представления распределений в явлениях?»

Вопрос второй части — «Какова мера негауссовости в социальных системах, и какова она должна закладываться проектно?»

Итак, Владимир Артюхов; интересный человек и специалист, сторонник Общей теории систем, ученик и друг Урманцева; в некоторых публикациях уже появились ссылки на его сайт: http://www.sci.aha.ru/RUS/wab\_\_.htm. На него ссылаются П.Золин и А.Иванус. Нашей переписке более года.

Как я уже сказал, все началось с его текстов. Я их процитирую достаточно полно. Потому что они интересны сами по себе.

Итак, первый отрывок из http://www.sci.aha.ru/RUS/waia8.htm.

#### Эффективность

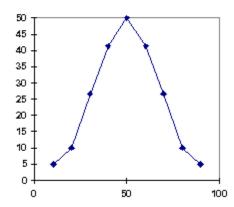
Рассматривая вопросы разнообразия, полезно обратиться к самому примитивному механизму его порождения — разнообразию одинакового, при котором совершенно сходные системы различаются между собой лишь в одном отношении — количественном. К примеру системы А, АА и ААА, в принципе идентичные по качественному составу, безусловно, являются разными хотя бы по количеству связанных в них элементов. Это могут быть различия между людьми по уровню доходов, государств по площади или численности населения и т.д. При этом количество связанных в системе элементов с термодинамической точки зрения

служит прямым показателем ее эффективности или к.п.д. Поскольку разнообразие подобных систем минимально и всегда равно единице, удобным способом их сравнения является построение распределений эффективности (или соответствующего признака) в зависимости от числа элементов.

К примеру на рисунке представлено типичное нормальное распределение, широко используемое в статистике ввиду того, что оно описывает достаточно широкий круг явлений окружающей действительности. Именно так, например, распределены взрослые люди по росту — большинство имеют рост, близкий к среднему, намного меньше как чересчур высоких, так и слишком низких. Однако статистика основана на принципе независимости событий — к примеру, рост одного человека не зависит от роста другого. Этого нельзя сказать о самоорганизующихся, да и просто любых взаимодействующих системах, где внутренние связи между элементами являются основным системообразующим фактором.

Исследование развития

#### Нормальное



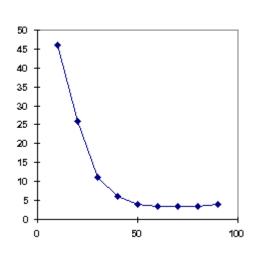
таких систем показало прямую зависимость эффективности пополнения ресурса («захвата» элементов из среды) от количества уже связанных в системе элементов, по сути ее внутреннего потенциала чем большим внутренним потенциалом обладает система, тем больше внешних ресурсов она способна связать. Суть этой закономерности хорошо отражается известной народной мудростью — «деньги липнут к деньгам». Однако в реальных условиях, когда

внешний ресурс всегда ограничен, в действие вступает конкурирующий отбор, в ходе которого другие системы, реализуя ту же самую стратегию, не позволяют какой-то одной полностью реализовать свой потенциал и, соответственно, связать весь доступный ресурс. В виде отступления заметим, что отбор при этом выполняет стабилизирующую роль, так как, если бы одной системе удалось собрать весь ресурс, то по разнообразию она представляла бы собой экстремальный случай консервативной периферии с практически нулевой устойчивостью.

Для множества взаимодействующих систем распределение их эффективности по связыванию ресурса в зависимости от размера имеет обратноквадратичный

характер и описывается так называемым краевым распределением, общий вид которого представлен на следующем рисунке.





Смысл его прост — чем большим ресурсом располагает система, тем больше у нее шансов выиграть в конкурентной борьбе и связать дополнительный ресурс. Тем самым в любой естественно функционирующей системе с обратными связями распределение систем по эффективности должно иметь краевой вид, что буквально означает наличие малого числа очень эффективных систем при абсолютном преобладании низкоэффективных.

Несмотря на очевидную «жесткость» этой зависимости, несколько непривычную с традиционных гуманитарных позиций, она достаточно часто проявляется не только в природных, но и в общественных системах. Именно по краевому закону распределены, например, жители развитых стран по уровню доходов и величине банковских вкладов, именно такое распределение имеют города по числу жителей, коллекционеры по размеру коллекций и даже слова в языке по частоте встречаемости.

Встает неизбежный вопрос 0 соотношении краевого И нормального распределений — ведь действие отбора, казалось бы, должно со временем выровнять эффективности конкурирующих систем и привести распределенному состоянию, в котором почти все системы имеют примерно равную «усредненную» эффективность. На самом деле в естественных условиях развития это невозможно — даже в силу обычных статистических флуктуаций всегда найдется система, сумевшая связать чуть больше ресурса, чем остальные, но это «чуть больше», возведенное в квадрат, даст ей весьма существенное преимущество перед остальными и дальнейшее развитие пойдет с лавинообразным нарастанием. Обычно эти процессы происходят в начальные моменты развития, когда система только начинает осваивать новую «экологическую нишу».

Выровнять эффективности в принципе можно, но для этого потребуется установить некоторый **искусственный** предел развития отдельной системы, существенно более низкий, чем позволяет среда. Уровень его можно прикинуть на крайних примерах — пусть среда имеет 100 единиц ресурса, из которых 50 у одной Несколько-шагов-в-интересную-сторону.doc

системы, а остальные 50 систем имеют по 1 единице. Если теперь разделить ресурс «поровну», то мы получим 51 систему с эффективностью около 2. Различия в прогрессивности двух вариантов очевидны, особенно если под эффективностью иметь в виду эффективность производства или какой-либо другой реальный показатель, характеризующий развитие общества (тем более, что из-за наличия ограничителей дальнейшее развитие просто невозможно). Кроме того, много одинаковых систем имеют крайне низкое разнообразие (тот же случай консервативной периферии), а значит их композиция неустойчива.

Вывод один — для нормального прогрессирующего развития системы эффективности ее подсистем должны быть распределены по краевому закону. Нормальное распределение эффективности свойственно прогрессивно отсталым и неустойчивым системам.

Второй отрывок из http://www.sci.aha.ru/RUS/wafh1.htm.

Способность населения поддерживать свое жизненное благополучие за счет получаемых доходов является одним из наиболее существенных материальных факторов устойчивости социума. Однако, устойчивость социума — это не только социальная стабильность, это и непосредственный (если не ведущий) фактор производства, определяющий состояние производительных сил общества.

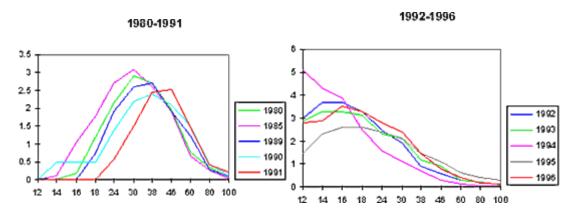
Эффективность производственного использования человеческого потенциала в значительной степени определяется величиной и структурой денежных и иных материальных средств, которыми располагают разные группы населения. Величина заработной платы и стоимость потребительской корзины, динамика денежных доходов и их соотношение с прожиточным минимумом за прошедшие годы были многократно сопоставлены и прокомментированы как средствами массовой информации, так и профессиональными экономистами и политологами. Однако практичных аналитических результатов такие выкладки как правило не давали...

Не меньшие надежды связывались с анализом поляризации населения по уровню доходов, причем, весьма справедливо. Появление узкого слоя по-настоящему богатых людей наряду с ухудшением финансового положения основной массы населения определяет основной вектор социальной напряженности в течение последних нескольких лет. Однако, используемый аналитический аппарат не

позволил пойти дальше констатации нарастающего имущественного расслоения, трактовки этого процесса как сугубо негативного и формулировки вывода о необходимости среднего класса как гаранта стабильности общества. Между тем использование того же статистического материала, но с иных методологических позиций, позволяет получить весьма интересные выводы и подметить ряд нетривиальных закономерностей.

Речь идет об интерпретации кривых распределения населения по уровню доходов с точки зрения теории развития. О степени влияния **«человеческой»** компоненты производительных сил на экономические и политические процессы можно судить, сопоставляя излагаемые ниже результаты с известными событиями в жизни страны, для чего и приводится ретроспективный обзор за последние полтора десятилетия.

Первичная информация для построения распределений населения России **по** уровню доходов основана на данных государственной статистики. Для фильтрации инфляционной компоненты ряд данных за каждый год приведен к относительному виду и представлен процентом от максимальной величины, что обеспечивает возможность непосредственного сопоставления за ряд лет. Тем самым на всех последующих распределениях по горизонтали отложены величины, соответствующие проценту от максимальных доходов за данный год, по вертикали — процент населения, получающий эти доходы



Вот здесь остановимся и прокомментируем. Итак, на этих рисунках мы имеем относительные, но не накопительные, не суммовые оси координат. По содержанию «Х» — это «ресурс», а «Y» — владельцы ресурса. То есть данные графики по отношению интегрально-относительных диаграмм — уже обратные. Им не хватает быть суммовыми по ординате, чтобы стать функцией распределения. Ранее уже говорилось, что суммовая накопительная ордината получается в результате интегрирования исходной функции. А ведь делая потом над получившейся функцией

распределения обратное действие дифференцирования, мы получим функцию плотности. То есть и, не делая никаких взаимообратных действий, в образе этих линий мы имеем функцию плотности распределения. Кому-то это может быть очевидно, но мне важно было пройти по этой цепочке.

Обратите внимание, как после взлета в 94-ом линия ушла вниз в 95-м. Это мы еще будем пытаться понять. Но посмотрите, насколько характерны эти линии в принципе. Жалко только, что диаграммы начинаются с позиций х=12, не видно начала координат. (Не было зарплат менее 12% от максимальной? Кстати, суммовые координаты эту проблему бы сняли...) А так и хочется обобщить основные типы линий, типизировать их...

### Денежные доходы. Распределение и кризисные процессы в 1980-1991 годах.

Проследим динамику изменения распределений за десятилетие, предшествующее пику реформ — либерализации цен.

1980-ый - год Олимпиады, «развитой социализм» в целом построен. Распределение похоже на нормальное, однако центр его сдвинут влево, в сторону краевого (максимум — 30%). Это свидетельствует о том, что систему нельзя отнести в разряд стагнирующих (см. Приложение). За счет асимметрии распределения эффективности составляющих элементов вся система имеет предпосылки для развития — возникновения и роста в ней качественно новых структур, сохраняя при этом достаточную стабильность.

1985. Через пять лет, к завершению первого года «перестройки», состояние системы не претерпело кардинальных изменений. Абсолютный максимум находится практически на том же месте, система остается по-прежнему стабильной и динамичной. Однако само распределение несколько расширилось влево, что может свидетельствовать о начале дрейфа в сторону краевого. Этот сдвиг отражал усиление процессов появления и развития новых сфер приложения экономических усилий рядовых членов общества.

**1989.** Последующие четыре года демонстрируют прямо противоположную тенденцию — наметившееся смещение влево не состоялось, более того, и само распределение и его абсолютный максимум сместились ближе к центру, в «нормальную» область. Углубление перестройки так и не смогло обеспечить стране управляемого создания качественно новых структур и сфер деятельности разных

слоев населения. Предпосылки для динамичного развития новых экономических структур были утрачены.

1990. На следующий год отмечается продолжение этой тенденции, что свидетельствует об устойчивом ее характере и дает возможность спрогнозировать дальнейшее поведение системы. По сути тенденция сводится к дрейфу распределения в область средних доходов, в результате чего из смешанного (нормально-краевого) получится нормальное распределение в чистом виде. С точки зрения теории произошедшие изменения будут означать потерю системой потенциала для дальнейшего развития и переход в режим стагнации, ничего нового в таких условиях рождаться не может.

**1991.** Следующий год оправдывает прогнозы. Распределение еще больше сместилось к центру и стало практически нормальным — его абсолютный максимум находится в районе 50%, что свидетельствует о том, что преобладающая часть населения имеет примерно равные доходы, близкие к средним.

Думается, что за всю новейшую историю страны нечасто случались моменты, когда по объективным признакам в столь явном виде реализовались бы программноидеологические установки ее руководства о всеобщем экономическом равенстве. Год 1991-ый явился ярким тому примером — распределение доходов имеет форму, близкую к классической нормальной, которая характерна для систем, находящихся в режиме стагнации. Нельзя с уверенностью судить о причинах появления и развития «фатального» дрейфа, ясно одно — начиная с 1985 года страна неуклонно двигалась в сторону стагнации, пик которой пришелся на 1991 год. Нет также и теоретических оснований для утверждения о неизбежности распада СССР, зашедшего в 1991-ом в стагнационный тупик развития. Однако факты говорят сами за себя — если в «застойном» 1980-м страна располагала достаточно высоким потенциалом для возникновения и роста новых элементов и структур, то в «революционном» 1991-м по объективным признакам наблюдался явно выраженный экономический застой, сопутствующие признаки которого свежи в памяти у каждого. Независимо от теорий в истории останется свершившийся факт — достижение идеалов экономического равенства и кончина СССР произошли одновременно.

Однако, и с теоретической точки зрения произошедшие события не выглядят столь уж неожиданно. В 1991-ом распределение не только стало центральным, но и достаточно существенно сузилось по сравнению с предыдущим годом — в первую очередь за счет левого края. В силу этого и без того не слишком разнообразная система стала по структуре крайне консервативной и чрезвычайно чувствительной к дальнейшему снижению разнообразия. В этом отношении пресловутое ГКЧП с

идеями «наведения порядка» вполне могло сослужить роль спускового механизма и инициировать процессы, выводящие систему за пределы устойчивости.

Не правда ли, очень интересная интерпретация диаграмм и сами диаграммы. По состоянию распределения зарплаты вскрывается макро-экономическое и политическое положение. Сейчас просто повторим основные моменты. В 1985 имеется «колокол», хотя и сдвинутый; система и стабильна, и динамична. Автор называет нормально-краевыми распределения, которые от стандартного «колокола» сдвинуты влево и имеют вытянутость влево. Тогда распределение 1996 года тоже нормально-краевое...

#### Денежные доходы. Распределение и кризисные процессы в 1992-1996 годах.

Первичная информация для построения распределений населения России по уровню доходов основана на данных государственной статистики. На всех распределениях по горизонтали отложены величины, соответствующие проценту от максимальных доходов за данный год, по вертикали — процент населения, получающий эти доходы.

Ситуация, сложившаяся к концу **1992** года, свидетельствует о том, что в системе экономических отношений страны произошли кардинальные изменения. Всего за год вид распределения трансформировался из типично центрального в почти краевое, что свидетельствует о появлении и стремительном росте принципиально новых экономических структур, способных существенно опережать основную массу элементов (населения) по эффективности.

В предыдущих разделах было показано, что именно в этот период (1991-92 гг.) в стране началось активное формирование теневого сектора материального производства, проедание основного капитала и массовое присвоение природноресурсной ренты отдельными предприятиями и группами, сосредоточенными в небольшом числе столичных центров, сырьевых районов Сибири и на Кавказе. С одной стороны была утрачена управляемость экономических отношений, с другой — отчетливо заработали грубые, далекие от категорий этики и гуманности механизмы самовыживания сложной системы. Социально-экономические отношения обрели лидеров и пусть не идеальные, но объективные ориентиры для дальнейшего развития. Очевидно, что причиной этому явились либерализация цен и переход к элементам рынка, но наиболее примечательным моментом является скорость и

глубина произошедших изменений — если предыдущая фаза кризиса зрела годами, то здесь буквально за несколько месяцев структура системы трансформировалась на практически противоположную с точки зрения развития. Произошел типичный фазовый переход, переведший страну на другую ветвь развития, и именно с этого момента распределение населения по уровню доходов стало иметь структуру, близкую к краевой.

Данные за последующие годы показывают, что в **1993** году произошло некоторое «размывание» распределения — опускание левого края и подъем правого, в результате чего оно стало более выровненным по сравнению с 1992 годом, что может являться индикатором назревания кризисных процессов принципиально иной природы. Если в 1991 году системе экономических отношений недоставало разнообразия, то в 1993 это разнообразие стало опасно избыточным. Теснота на властном и экономическом Олимпе привела к известным событиям осени 1993-го, повлекшим за собой передел сфер влияния в экономике.

Данные за **1994 год** свидетельствуют, что критическая ситуация действительно была и разрешилась успехом ограниченного круга структур, которые сразу же обозначили свое экономическое лидерство. Вид распределения при этом существенно изменился и стал как никогда близок к краевому, чего не отмечалось даже в 1992 г. после либерализации цен.

Именно в 1994-ом в стране четко определилось генеральное направление на либерализацию, хотя и с креном в область топливно-сырьевого комплекса. В этой связи представляется интересным оценить не только общую ситуацию по стране, но и ее региональное распределение, так как наличие или отсутствие достаточных условий в начальный период определяют возможности развития того или иного региона в будущем.

Дальше приводится и комментируется карта, на которой представлена степень отклонения распределения населения по уровню зарегистрированных статистикой доходов от строго нормального для всех регионов России в 1994 году. И следует вывод.

Особого внимания в этой связи заслуживают отмеченные «нормальные» регионы — Северо-Кавказский, центрально-российская провинция, Восточная Сибирь и Приморье. По объективным предпосылкам в этих регионах в 1994 году обозначилась высокая вероятность перехода депрессивного состояния легального сектора экономики в хроническую фазу.

Возвращаясь к общей ситуации в стране, отметим, что в течение 1995 года она кардинально изменилась и к концу года назрел очередной кризис, по основным характеристикам очень напоминающий состояние 1993 года краевое распределение выровнялось и по форме приблизилось к равномерному. Анализ помесячной динамики показывает, что предпосылки этой ситуации были заложены в апреле-мае, а уже в течение осени ситуация переросла в типично кризисную. При этом политическая ситуация в отличие от 1993 года не перешла в форму открытого противостояния, однако на выборах в Государственную Думу действующая власть потерпела самое сокрушительное поражение за последние пять лет. Отличительной чертой распределения является высокая неопределенность — социальноэкономическая система сильно поляризована. Это состояние является крайне неустойчивым, поэтому в прогнозе на 1996 год следовало ожидать не менее резких изменений, чем те, что имели место в 1994 году.

Самые последние данные за три квартала **1996 года** свидетельствуют о том, что изменения начались. Прежде всего, стоит отметить снижение поляризации, что свидетельствует о том, что кризис разрешился. Кроме того, на распределении сформировался «горб» в районе 25%, что при сохранении общей асимметричности, привносит в систему определенный элемент «нормальности», устойчивости в развитии. Именно с этого момента, пожалуй, можно вести речь о реальном начале экономической стабилизации в легальном секторе экономических отношений.

Обратите внимание, что в 1994 году взлет вверх к краевому распределению обеспечено выигрышем именно определенной группировки, то есть одномоментным перераспределением ресурсов. Потом сразу произошел спад. Мы еще посмотрим этот год.

А вот следующее не понятно. Ранее говорилось, что чем более левее распределение (то есть ближе к краевому), тем система более эффективная, потенциально развивающаяся. Линии правой диаграммы все левее линий левой диаграммы. Но на последней был «динамичный и стабильный» 1985 год, а вот на правой мы читаем о «кризисном» 1995-ом. Далее, в 1994 году свидетельством того, что кризис разрешился, было «задерание» левого края почти до краевого распределения. А в 1996-ом — наоборот, свидетельством было снижение поляризации, то есть появление горба справа; и этот горб, оказывается, привносит «устойчивость в развитии». Эта дилемма «94 или 96» заставляет определиться в качестве и смыслах этих двух действительно сильно отличающихся линий. Я сразу

отдаю предпочтение «нормально-краевому распределению»; а все объяснения позднее. А вот посмотреть распределения в последующие годы очень бы хотелось...

И закончим важным замечанием о том, что значение имеет распределение в структуре доходов, а не просто их уровень, в том числе разница между наибольшим и наименьшим. Но, представляется, что автор слишком легко разрешил проблемность краевого распределения. Введение в структуру потребления понятия «жизненный стандарт» кардинально ничего не решает. Разве можно считать справедливым (а именно в таких понятиях идет разговор), что часть населения имеет возможность «лишнее над нормой потребления» инвестировать куда-то и тем получать новые возможности, а другая часть не может, удовлетворяясь только потреблением.

## В чем разница распределений по доходам и жизненному стандарту

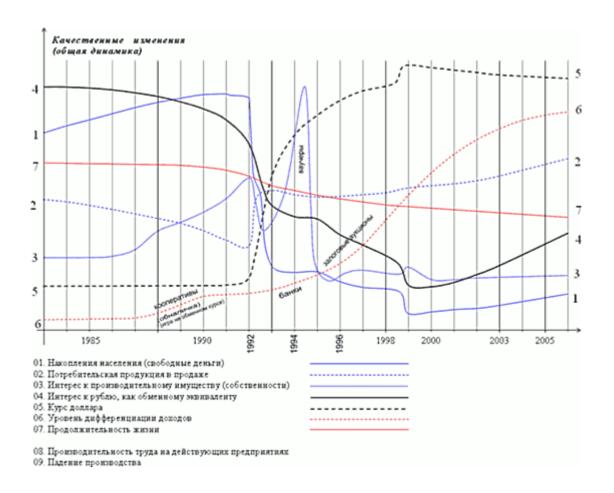
Завершая рассмотрение вопросов о структуре доходов, необходимо отметить имеющий принципиальный момент, непосредственное отношение изложенному. Как мы убедились выше, по характеру распределения населения по уровню доходов можно производить макродиагностику состояния экономической системы в целом. При этом наилучшие предпосылки для возникновения и быстрого роста новых экономических структур обеспечиваются при краевом распределении, которое в буквальном смысле означает «много очень бедных, мало очень богатых». Возникает очевидный вопрос о том, не противоречит ли это принципу социальной справедливости, да и просто опыту развитых стран, в которых основная масса населения — это **«средний класс»**?

На самом деле это противоречие оказывается мнимым если разделить понятия «уровень доходов» и «жизненный стандарт» — ведь именно последний и является основным показателем качества жизни. Жизненный стандарт линейно зависит от уровня доходов только на некотором начальном этапе, когда все доходы направляются исключительно на потребление. Далее, когда часть доходов в той или иной форме начинает накапливаться и инвестироваться в производство, темпы роста жизненного стандарта начинают отставать от темпа роста доходов. В современных социологических исследованиях этот феномен обычно описывается как разница в абсолютной и относительной бедности. Поэтому проблема поляризации общества на богатых и бедных должна сводиться к «подтягиванию» жизненного стандарта малоимущих слоев до некоторого среднего уровня

(соответственно, через рост их доходов). Тем самым показатели жизненного стандарта вполне могут быть (и по идее должны быть) распределены нормально, в отличие от суммарных доходов, идущих на приобретение не только предметов потребления, но и недвижимости, средств производства и т.д. Суммарные же доходы в устойчиво развивающейся системе должны иметь краевое или близкое к нему распределение. Иными словами, распределение по уровню доходов и сам уровень — это две независимые переменные, характеризующие одно и то же явление. Справедливая «нормальная» система вполне может иметь очень низкий уровень доходов и наоборот — типичная «краевая» — достаточно высокий, как это и происходит в преуспевающих странах. Важно не смешивать эти два понятия.

Мы намеренно уделили столь много внимания вопросам структуры доходов потому, что обычно это понятие используют воедино с их уровнем для социальной характеристики общества, что приводит, зачастую, к получению заведомо некорректных результатов. Например, если при оценке ситуации 1994 года (типичное краевое распределение) исходить только из низкого уровня основной массы официальных доходов и огромного разрыва между богатыми и бедными, можно было с уверенностью прогнозировать неминуемый социальный взрыв. Взрыва, да, впрочем, и сколь-нибудь значимых волнений в обществе на следующий год, естественно, не произошло, и даже наоборот — усилилась экономическая активность населения, что вполне соотносится с возникновением предпосылок для развития. Корректный подход к изучению структуры доходов позволяет не только избежать подобного рода недоразумений, но и, как было показано выше, получить достаточно ценную мониторинговую информацию о микросостоянии социально-экономической системы в целом.

Итак, не отрицая в целом прочитанное, и даже наоборот, выказывая интерес, попробуем все же самостоятельно вспомнить события лихого15-летия. С тем, чтобы сравнить описание. Это можно делать по неким официальным цифрам. Я же хочу сделать по ощущениям. Причем графически, нарисовав ощущаемые качественные изменения в состоянии определенных социально-экономических феноменов. Посмотрите нижний рисунок.



#### Увеличить >>>

Проследите каждую линию (может быть, поправите по своим ощущениям; вообще, было бы полезно и интересно сопоставить такие «субъективные картины» и увидеть в них объективное). Посмотрите на этот «бурлящий котел» 92-го года, котел обвалов и подъемов... Вплоть до 94-го года. Вот здесь то и началось «разведение» России.

Инфляция в 1994 году составила 204%, а в 1996-ом – 22%. Но главное отличие – это эпопея с ваучерами, пик и завершение которой пришлись на 1994 год. Кстати, линии «8» и «9» я не смог оценить, а они были бы очень интересны.

Эти два года, а тем более пара предшествующих им, были все-таки очень разными по ощущениям. И кризисными были (наследовали от предшествующих) 93-ий и 94-ый годы. Разрешения кризиса в 94-ом не было, по моему. А был первый олигархический взлет, первый передел. Было первое попустительство государства; вот и появилась про-паретовская кривая...

В нашей переписке Владимир Артюхов написал следующее.

«Все «паретовские законы» и кривые — эмпирические, но я как-то лет...-дцать назад нашел (как мне кажется) им теоретическое объяснение. Это все —

«нормальные», в смысле «гармоничные» распределения РАЗВИВАЮЩИХСЯ СИСТЕМ ПО ИХ ЭФФЕКТИВНОСТИ. Привычное нам «нормально-горбатое» распределение — это стагнация, ровная линия — кризис, гипербола — нормальное развитие. Все горбы на гиперболе — это дефекты, которые, однако, могут быть «зародышами» грядущих состояний, дрейфа в их сторону. В этом отношении Золотые кривые — как вы понимаете — частный случай этой общей теории, описывающий наиболее «гармоничное» РАЗВИТИЕ. Поэтому я даже порадовался по прочтении ваших экономических приложений — это уточнение, своего рода «наводка на резкость», приближение голой теории к жизненным реалиям. Так что пересечение здесь есть, причем системное, объективное и этому можно только порадоваться...»

Это было начало. Нам и сейчас есть еще, что пытаться уточнять и куда идти... По своему полезно сейчас вспомнить, как виделась задача этого пути полтора года назад. Это фрагмент из письма Владимиру.

Мне представляется, что во взаимосвязях наших кривых распределения доходов надо разобраться «до конца». Здесь могут быть очень важные вещи. Такая связь может быть непосредственной, надо просто построить Золотые кривые в вашей системе координат. Дополнительным мостком между вашими и моими (для краткости назовем так) кривыми могут быть и кривые Матохина. Такая связь состоится, если между вашими кривыми и Матохина будет соответствие не только по форме, но и как-то по содержанию... Мои кривые лежат в диапазоне а=1,2 □ 1,7, где у Матохина и К<sup>0</sup> пустая зона (зона перехода). Вообще, связь наших кривых проявится в том, что гармоничные распределения, описанные каждыми из них — это один и тот же тип (статистика) распределения. Просто описаны они в своих координатах И высвечивают СВОИ акценты общей картины, распределительных отношений в социуме-экономике. Если кривые и выводы по ним совпадут, то совершенно обоснованно можно будет строить гармоничную экономику, «сплясав» от них... Вроде бы.

Нам нужно в конечном итоге всестороннее соединение зависимости состояния социума и характера распределений. Так что распределение доходов выходило бы на исходное место в управлении социумом (если это правда). Мне, кажется, конечная задача такая?

Так можно ли сказать, что задача решена? Задача будет решена, когда определенные принципы будут применяться в практических решениях, то есть когда

выводы будут проверены и приняты. Главное здесь – поставлены вопросы и намечены пути.

И все-таки. Мы определили соответствие 2-х форм представления распределений ресурсов, что позволяет более эффективно видеть их особенности и применять полный аппарат. И мы можем сказать следующее.

Исследователи, изучающие развивающиеся (динамические) системы в социальной сфере, совершают одну принципиальную ошибку, когда осознают свой предмет, делают выводы и дают практические рекомендации. Эта ошибка связана с выделением результата некоего процесса, не беря в первое внимание именно процесс. Такая редукция встречается постоянно. Такая позиция считается обоснованной и авторитетной. Она и порождает эффект принижения и деградации...

Нельзя же неким рациональным благоволением привести социум в эффективное состояние. Это дорога не в рай, а в ад. Социум – это люди. Ну, нельзя же за людей пройти их путь. До тех пор, пока эти люди – личности.

Сам процесс самореализации личности и есть путь к эффективности. А условия самореализации и должны возобновляться, как системный механизм социума (экономики).

В органической природе перемешивание возможностей происходит постоянно. Это задается непредсказуемостью происходящего для участников процессов. Человек же стремится упорядочить и контролировать среду своего обитания... Человек сам регулирует (если только та же природа не вмешается своим воздействием) состояние общества, вырабатывая для этого социальные механизмы. О грамотности регулирования мы и ведем речь.

Но вот еще мнения специалистов от социологии и геологии. Их тексты можно найти в Интернет. Приведем отрывки из двух публикаций (ссылки авторов опущены). Они приводятся для полноты, а не для агитации «за» или «против».

А.А.Давыдов «Убывающие числовые последовательности в социологии: факты, объяснения, прогнозы» (
http://ecsocman.edu.ru/images/pubs/2006/02/01/0000248253/018Davydov.pdf)

«Автором был проведен анализ национальных статистических ежегодников по различным странам мира; статистических ежегодников ООН по демографии,

экономике, труду, культуре за различные периоды времени; результатов опросов общественного мнения, проводимых, ВЦИОМ, ФОМ, фирмой Гэллапа.

...Исследование показало, что наиболее часто наблюдаются строго убывающие числовые последовательности, описываемые экспоненциальной и степенной функциями между величиной  $x_i$  и ее порядковым номером.

При степенной зависимости часто наблюдается так называемый закон Ципфа (все-таки Парето – А.С.). ...При экспоненциальной зависимости часто наблюдаются приближенные геометрические прогрессии, где знаменатель убывающей прогрессии наиболее часто заключен в интервале 0,8 🗆 0,45, а в среднем примерно равен 0,618, что позволяет использовать известные зависимости между характеристиками данной прогрессии для восстановления исходной последовательности и находить новые зависимости.

...В убывающих числовых последовательностях средняя пропорция наиболее вероятно заключена в интервале 1,237 □ 2,236, в среднем примерно равна 1,618. Наиболее часто средняя пропорция убывающей числовой последовательности «тяготеет» к «1,237», «1,618», «2,236».

$$\overline{pr} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{x_i}{x_{i+1}}$$
 Средняя пропорция:

Если отношение суммы к большей величине равно средней пропорции, то при возрастании количества членов последовательности п величина средней пропорции стремится к 2 (теорема доказана А.Н.Чураковым). При увеличении количества членов последовательности, средняя пропорция стремится к 1.

...Убывающие числовые последовательности изучаются в различных научных дисциплинах, что позволяет рассмотреть многообразие различных интерпретаций и подходов к их объяснению.

...Общая теория систем. При данном подходе кривые гиперболического типа объясняют как проявление нелинейности, характерной для стадии развития систем, — результат взаимодействия прямых и обратных связей между частями системы, необходимое разнообразие размеров частей системы, состояние структурной гармонии системы, мультипликативный механизм развития. ...Закон Ципфа (Парето — А.С.) объясняется как действие уравновешивающего механизма в общем процессе роста систем, этап развития системы, проявление принципа минимума симметрии системы. В теории самоорганизации систем показатель степени и знаменатель геометрической прогрессии трактуют как параметры порядка системы, константы самоорганизации, которые обеспечивают системе оптимальное функционирование и системную целостность.

...Теория социальных систем. Убывающая числовая последовательность в модульной теории социума (МТС) интерпретируется как модуль, где величина средней пропорции соответствует определенной функции развития или сохранения, которую выполняет данный модуль в социальной системе. Наиболее вероятный интервал средних пропорций 1.237-2.236 в МТС соответствует функции развития.

В социологии, экономике, науковедении, лингвистике, социальной географии показатель степени Ципфа обычно рассматривают как некоторую меру разнообразия социальных свойств объектов, составляющих убывающую числовую последовательность; как результат действия людей; различную значимость социальных объектов в убывающей числовой последовательности; «правильность» структуры; показатель целостности, этап развития, показатель системности объекта.

С точки зрения автора, рассмотренные выше объяснительные подходы и модели не противоречат, а взаимодополняют друг друга. Выбор конкретной объяснительной модели зависит от свойств социальных объектов, составляющих конкретную убывающую числовую последовательность, от целей и задач исследователя.»

Г.Е.Семиходский, Ю.В.Тимошин «Прогноз газоносности ДДВ на основе статистических данных» (http://www.geolib.ru/OilGasGeo/1982/07/Stat/stat03.html)

«Известно, что иерархическая система имеет минимальную энтропию, если ее элементы рас пределены согласно закону Ципфа— Лотка–Брэдфорда.

Закону Ципфа— Лотка— Брэдфорда удовлетворяет весьма широкий круг естественных и общественных систем, что позволяет считать его одной из форм статистического выражения фундаментального закона природы, в соответствии с которым всякая изолированная система, находящаяся в состоянии динамического равновесия с окружающей средой, стремится принять состояние (упорядоченность) (энтропии). соответствующее минимуму энергии Эта закономерность экспериментально устанавливается для множества больших систем с заведомо известной оптимальной организованностью. В качестве примера можно отметить языковые системы, потоки научной информации, распределения городов и научных коллективов по численности, пластов в тонкослоистых отложениях по мощности и Т.Д.

...Несоответствие большой системы закону можно рассматривать как признак незавершенности процесса (подчеркнуто мной — А.С.) ее формирования, либо как признак развития процесса ее расформирования. Кроме того, причиной такого несоответствия может быть наличие у системы нескольких независимых источников формирования. При этом элементы системы, относящиеся к разным источникам, будут иметь тот или иной вес, соответствующий значимости источников. Если число источников весьма велико и они обладают равной значимостью, то распределение элементов в системе будет равновероятным, а сама система при этом станет множеством независимых элементов.

...Таким образом, можно считать, что система, подчиняющаяся закону, является оптимально организованной. Это утверждение, очевидно, имеет большую прогностическую силу, по крайней мере, для систем, сформировавшихся под воздействием одного источника (или нескольких источников с существенным преобладанием одного из них). В общественных системах это соответствует наличию у системы какой-либо одной доминантной цели (подчеркнуто мной – А.С.).

На это обстоятельство впервые обратили внимание авторы настоящей работы, предложив использовать закон Ципфа— Лотка— Брэдфорда в качестве критерия оптимальной организованности систем в задачах управления (включая прогнозирование) общественными и естественными системами (применительно к геофизике).»

Не знаю, как Вы, но мне ощущается в последнем предложении «рационального управления» некоторая технократическая уверенность... Не из той ли это серии, когда предлагают убрать «балласт»... Тогда сразу почитайте «шаг\_7», в частности В.Королева.

Надежду же вселяет подчеркнутое чуть выше. В обществе, находящемся в нормальном (не кризисном, не военном) положении, как раз целей в лице их носителей очень много...

<u>6</u>

Читателям, мне представляется, уже приходилось встречаться с текстами Александра Ивановича Ивануса (могу порекомендовать «Золотое сечение в

системах с биноминальным законом распределения» на http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321028.htm). Но здесь я хочу привести отрывок его текста, который у меня оказался после первого знакомства (литература, на которую ссылается автор, не приведена).

«...Гармоничность – это намного более глубокое и совершенное понятие. Рассмотрим его содержательную сущность более подробно. Предлагаемая нами концепция гармоничности основана на сравнительном анализе двух широких классов объектов:

- 1) физические системы (имеющие природное происхождение) и технические системы (созданные человеком);
  - 2) социально-экономические и организационные системы.

В последнее время все больше и больше появляется отечественных и зарубежных публикаций, в той или иной мере подтверждающих обоснованность представленного деления [14]. В качестве иллюстрации приведем результаты достаточно интересных и убедительных исследований, рассмотренных, к примеру, в [15]:

«Сопоставляем феномен негауссовости социальных явлений с феноменом гауссовости природных. Природа, говорим мы, в основном гауссова, социум (человек) негауссов. В этом состоит их существенное различие.

Включаем феномен негауссовости социальных явлений в концепцию эволюции материи в сторону возрастания энтропии от гауссовых природных систем к негауссовым социальным (энтропия — мера «ширины» распределения, негауссовые распределения, как имеющие большие хвосты, «шире» гауссовых) биологические системы, занимающие, через по-видимому, ряду промежуточное положение. Материя и далее развивается, как нам представляется, в сторону возрастания энтропии, что выражается, в частности, в развитии все более творческих видов человеческой деятельности: стационарные распределения творческой, например, научной деятельности имеют в целом меньшие значения α, т. е. большие значения энтропии, чем такие же распределения менее творческих видов деятельности. Без такого включения феномена негауссовости социальных явлений в концепцию эволюции материи не было бы, в частности, ясно, почему гауссовая статистика, практически безотказно срабатывающая в естественных науках, «вдруг» не годится в социальных.

Используем негауссовость распределения значений данной переменной как критерий «человеческой» природы этой переменной. Мы считаем, что сенсорные и нейронные пути, управляемые мозгом человека, генерируют исключительно негауссовые распределения. Гауссовые компоненты в деятельности человека объясняются, мы полагаем, природной и физиологической средой, в которой функционирует его мозг. Распределения людей по весу, росту и т.д. гауссовы, по творческим способностям, предпочтениям и т.д. негауссовы. Вопрос состоит, как нам представляется, в определении для каждого такого распределения соотношения природных и собственно «человеческих» («социогенных») факторов. Степень негауссовости данного распределения и предлагается использовать в качестве меры доли «человеческих» факторов в смеси факторов, определяющих его форму».

И далее в [16]: «... эволюция использует все ресурсы возрастания энтропии. Именно в этом смысле об эволюции в сторону роста энтропии можно говорить как о прогрессивной эволюции в сторону у*сложнения*, ...

Рост энтропии означает также эволюцию в сторону наращивания разнообразия.

Каждый последующий уровень структур обеспечивает большее количество вариаций этих структур по сравнению с предыдущим, потому что статистические распределения на каждом очередном уровне структур характеризуются большей эволюцией. Это и дает, как нам кажется, эволюционный рост разнообразия в сторону все более негауссовых, т.е. все более «длиннохвостовых», распределений

Прогрессивная эволюция в сторону усложнения происходит в результате возникновения энтропийных самосборок под давлением взаимодействий. Именно эти возникающие сами собой самосборки и обеспечивают все более высокие темпы роста энтропии, т.е. все более высокие темпы процессов превращения взаимодействий.... Так что эволюционный рост энтропии означает рост вероятности появления все более прогрессивных самосборок, т.е. рост их распространенность, а большая распространенность данной формы означает ее адаптивность».

Эти же тенденции были изучены и другими исследователями. Как справедливо отмечают авторы [17, 18], для нормально прогрессирующего развития системы параметры ее подсистем должны быть распределены по негауссовому закону, гауссовое же распределение параметров «свойственно прогрессивно отсталым и неустойчивым системам».

Идею разнообразия, «вживленную» в процесс выживания экономических систем очень точно сформулирована в работе [19]: «Жизненный цикл компаний может быть продлен на больших временах только благодаря инновациям, научным фундаментальным и прикладным исследованиям, технологиям, новым товарам, услугам и значительным человеческим, экономическим и природным ресурсам». Этот вывод следует из явления пирамидальности жизненного цикла компаний, впервые обнаруженного при изучении истории жизни и характера деятельности около 500 крупнейших компаний мира (статистические данные за 2003 и 2004 годы) [19].

История учит, что разумной альтернативы процессу наращивания разнообразия нет.

В результаты сравнения рассмотренных двух классов систем в них эмпирически выявлено наличие принципиально различающихся признаков. Эти признаки, условия перехода и результаты их влияния представим в сравнительной таблице 1.

Естественно, что приведенные в таблице признаки не могут иметь резкий характер различия, граница между ними может быть и размыта или неявно выражена. Поэтому категорически утверждать, что социально-экономические и организационные системы не имеют гауссовых латентных переменных (а физические и технические — не имеют негауссовых) ни в коем случае нельзя. Но, тем не менее, эта граница в подавляющем числе случаев, как правило, существует как объективная реальность, и ее наличие имеет принципиально определяющее значение.

Дело в том, что в процессе своего эволюционного развития система неизбежно должна проходить эту границу между гауссовыми и негауссовыми распределениями, тем самым приобретая новое качество. Поэтому для нас представляет определенный самостоятельный интерес, что происходит на этой границе.

Таблица 1.

Признаки физических и технических систем	Условия перехода	Признаки социально — экономических и организационных систем
Переменные и	ии золотого	Переменные и
параметры, описывающие		параметры имеют в основном
систему, имеют в основном		негауссовые законы

гауссовые законы распределения (нормальный закон, Пуассона, экспоненциальный и др., имеющие явную независимость конечных моментов первого и второго порядков от объемов выборки, центральная предельная теорема выполняется)  Измеряемые в системе латентные переменные имеют в основном закрытые шкалы измерений  Наличие у латентной	самогене рация флуктуаций	распределения (Парето или Ципфа у = сх - а, имеющий явную зависимость конечных моментов первого и второго порядков от объема выборки, центральная предельная теорема не выполняется)  Измеряемые в системе латентные переменные имеют в основном открытые шкалы измерений  Наличие у латентной		
переменной свойства неаддитивности		переменной свойства аддитивности		
Оценками распределений		Оценками		
служат математическое		распределений служат		
ожидание и дисперсия		значения квантилей и энтропии		
Результаты влияние признаков на свойства систем				
Тенденции прогрессивной		Тенденции		
эволюции системы отсутствуют		прогрессивной эволюции		
		системы явно присутствуют		

Проведенные исследования подтверждают, что именно на границе перехода между двумя классами координаты системы

- проходят через точки пропорций золотого сечения;
- в этих точках происходит генерация флуктуаций, обеспечивающих процесс развития.

В данном утверждении нетрудно убедиться, если решить систему двух уравнений перехода от гауссового вероятностного распределения к паретовскому. Для этого рассмотрим равенство в некоторой точке касания  $x = x_{kac}$  значений кривых:

 $y_1 = (\sigma \sqrt{2\pi})^{-1} exp(-(x_{\kappa ac}-m)^2/(2\sigma^2))$  — нормального гауссового закона распределения и

 $y_2 = c x_{\kappa ac}^{-\alpha}$  — паретовского негауссового закона распределения,

а также равенство значений касательных

$$y'_1(x_{\kappa ac}) = y'_2(x_{\kappa ac}).$$

Для проведения расчетов примем для определенности в паретовском распределении

$$c = 1 \mu \alpha = 2$$

т.к. в соответствии с результатами исследований [15], именно это значение степенного показателя является границей перехода от гауссового к негауссовому распределениям.

Данная ситуация отражена на графике на рис. 3.

Решение сводится к решению квадратного уравнения

$$x^2_{\kappa ac} - mx_{\kappa ac} - \alpha \sigma^2 = 0$$

связывающего в точке касания  $x_{\text{кас}}$  параметры m и  $\sigma$  закона  $y_1$  с параметром  $\alpha$  закона  $y_2$ .

При значениях

$$m = 1 и ασ^2 = 1$$

получаем известное уравнение золотого сечения:

 $x^2_{\kappa ac} - x_{\kappa ac} - 1 = 0$ , дающее положительное решение  $x_{\kappa ac} = 1,618$ .

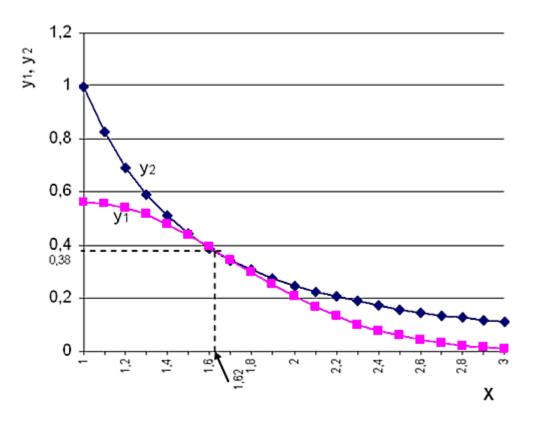


Рис. 3. Касание распределений у<sub>1</sub> (гауссового) и у<sub>2</sub> (паретовского) в точке золотого сечения

Анализ всего множества точек касания позволяет построить график на рис. 4. Из графика зависимости для величины m видно, что максимальное значение величины математического ожидания  $m_{max}$  равно 1,03 (при этом значение  $x_{kac} = 2,06$ ), а этим фактом в соответствии с результатами [20] во-первых, подтверждается наличие в системе пропорций золотого сечения и во-вторых, указывается наличие возможности самогенерации флюктуаций в точке перехода от  $y_1$  к  $y_2$ .

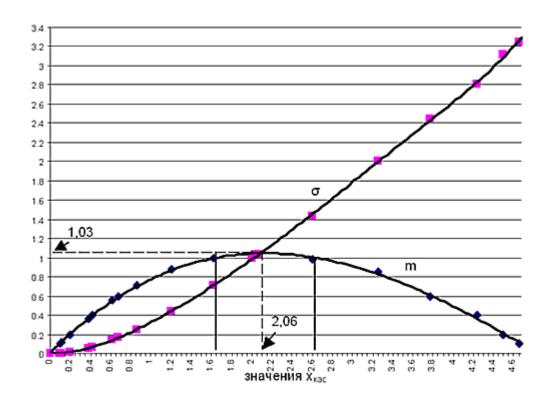


Рис. 4. Зависимости параметров m и  $\sigma$  гауссового распределения  $y_1$  от значений точек касания  $x_{\text{кас}}$  с паретовским распределением  $y_2$  (для  $\alpha$  =2).

Теперь основную идею рассматриваемой концепции можно изложить так:

необходимым условием наличия, или стартовой точкой начала процесса устойчивого эволюционного развития сложной рыночной социально-экономической системы является существование пропорций золотого сечения в ее структуре.

Таким образом, можно заключить, что пропорции золотого сечения в узком смысле — это точка касания кривых гауссового и негауссового распределений, а в широком смысле — это «ворота» (или, как мы ниже введем специальный термин, мембрана) из области отсутствия развития в область наличия развития. В связи с этим уместно еще раз вспомнить слова академика А.Д. Сахарова, взятые в качестве эпиграфа: «Жизнь — это экспансия».

Отсюда следует весьма важное развитие этой темы.

Природа в процессе своей эволюции создала человека как самого совершенного объекта во всей обозримой природе. Но обычно при затрагивании этого вопроса мало обращается внимания на то, что человек — это еще и самый гармоничный объект в природе. Как мы уже отмечали, пропорции его тела, внутренних органов,

динамика работы сердца, мозга, психика, творческие способности «работают» по золотому сечению. Ни у одного природного существа нет такого большого «валового» количества пропорций золотого сечения. И вот именно этот «валовой» объем и открывает те «ворота» (мембрану), через которые с нарастающий энтропией устремляется в конечном итоге весь поток солнечной энергии и земного вещества, создавшие в итоге все то, что мы называем цивилизацией. У всех других объектов — растений и животных «валовой» объем пропорций золотого сечения намного меньше, поэтому они и не «тянут» на создание цивилизации, ограничиваясь лишь тем, что просто существуют каждый в своей видовой нише.

Здесь следует оговорить еще одно важное обстоятельство: пропорции золотого сечения сами по себе ничего не создают. Если человек лентяй, то пропорции золотого сечения ему все равно ни в чем не помогут. Вот поэтому мы говорим о пропорциях золотого сечения как о необходимом условии, а не достаточном.

Возможно, в природе существует простой принцип: **чем больше количество** пропорций золотого сечения — тем выше уровень развития и выше возможности экспансии, а рост энтропии отражает этот процесс в качестве количественной меры.»

Отрывок закончился. Я хочу обратить Ваше внимание на это понятие «экспансии», которое, как и понятие «конкуренции» как раз связываются с паретовским распределением. Жизнь из одной экспансии не состоит. Чистая экспансия — это, например, как цепная реакция. Жизнь, если хотите — это гармоничное сосуществование движения и покоя, развития и сохранения, получения и отдавания... Именно поэтому между ними необходим переход, необходима мера, сохраняющая целостность. Так, как это происходит в фибоначчиевых процессах. (Эту разницу можно почувствовать, например, здесь http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/006a/02321009.htm).

Здесь важна и обратимость процессов, взаимообратность, возможность этого, способность к этому, гибкость... Вообще образ «взаимообратности» связывается с китайским символом «Инь-Янь». В последнее время математическое восприятие «взаимообратности» связывается для меня с «одним моментом». Можно я поделюсь с Вами этим здесь...

Логарифмическая спираль — второй символ взаимообратности. В ее мире, например, квадратный корень из суммы взаимообратных чисел ( $A \square a=1$ ) имеет конкретный предметный смысл (см. http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321013.htm). Но и в алгебре есть объект, который напоминает спираль, бесконечно уходя в центр и в то же время имея конечную длину. Речь идет о цепных (или непрерывных) дробях. У них есть, оказывается удивительное свойство.

В виде простой цепной дроби (в том числе с общим слагаемым знаменателя в начале) можно выразить **любое** число по общей формуле: в ней *«знаменательное слагаемое»* образуется разностью этого числа с его обратным числом.

$$A_{(>1)} = \left(A - \frac{1}{A}\right) + \frac{1}{\left(A - \frac{1}{A}\right) + \frac{1}{\left(A - \frac{1}{A}\right) + \frac{1}{\left(A - \frac{1}{A}\right) + \dots}}} = \frac{2}{t} + \frac{1}{\frac{2}{t} + \frac{1}{\frac{2}{t} + \frac{1}{\frac{2}{t} + \dots}}}$$

$$a_{(<1)} = \frac{1}{\frac{2}{t} + \frac{1}{\frac{2}{t} + \frac{1}{\frac{2}{t} + \dots}}}$$

3десь  $t = \frac{2A}{A^2 - 1} = \frac{2a}{1 - a^2}$  есть параметр, определяющий пары чисел по неканонической формуле взаимообратности, где самое красивое — Золотая пропорция. Вот эта формула, как дву-единая:

$$A = \frac{\sqrt{t^2 + 1} + 1}{t}$$
,  $a = \frac{1}{A} = \frac{\sqrt{t^2 + 1} - 1}{t}$ 

И это выражение опять же присутствует в логарифмических спиралях, как количественная мера одного из основных их свойств... Ну разве не взаимосвязанно, не целостно, не гармонично?...

А, кстати, выражение для того, первого вверху свойства, равного определенному

соотношению в геометрии спиралей, записывается так:  $\sqrt{\frac{A^2+1}{A}}$  .

Здесь везде в основе квадратичные зависимости...

Вернемся к нашей теме. И тогда еще раз обратим внимание на эту фразу из верхней выдержки: «История учит, что разумной альтернативы процессу наращивания разнообразия нет.»

Именно так. Разнообразие в конечном итоге является основой эффективности и устойчивости. А порождается разнообразие пограничными состояниями.

Положение в середине между распределением Гаусса и распределением Парето лучше всего «отвечает» вызовам явлений, независимых от этих распределений, для лучшего развития этих явлений в целом, и в конечном итоге дает наибольшие возможности для изменчивости и разнообразия. В распределении МИФИ это происходит при значениях а=1,2□ 1,7. У Владимира Артюхова такие распределения назывались нормально-краевыми. По виду эти функции плотности вероятности напоминают волну, или часть синусоиды, или постамент памятника Петру I в Санкт-Петербурге («Медный всадник»). И в нашем понимании, в интегрально-относительных координатах этому отвечает квадратичный коридор Золотых кривых «А1-А2».



В построении социальных систем исходные распределения нужно задавать квадратичными (в коридоре «А1-А2» на интегрально-относительной диаграмме) с тем, чтобы уже под влиянием внешних обстоятельств они развивались в наиболее эффективную сторону. В этом и есть мера «негауссовости» для социальных систем.

<u>7</u>

Вы знаете, между гауссовыми и не-гауссовыми распределениями, мне представляется, можно увидеть еще и различие в особенностях объектов этих

распределений. Если это так, то эти распределения могут выражать не только свойства систем, но и просто особенности измеряемых параметров. Гауссовы распределения показывают в объекте изменение одного своего параметра; своего — то есть наследуемого качества, то есть не зависящего в естественных условиях от внешнего мира. А не-гауссовыми распределениями проявляются параметры изменяющейся системы, испытывающие влияние внешней среды и по которым происходит как раз экспансия; проявляются параметры, связанные с адаптацией к внешней среде, с взаимодействием с внешней средой. В социальных системах замеряются именно такие параметры...

Когда эти «шаги в интересную сторону» были фактически закончены, я зашёл еще раз в Интернет. И вот, что там нашлось.

П.Ваньян, А.Поташев (apotashev@yandex.ru)

«Правило Парето и самоподобие в ABC-анализе» (http://zhurnal.gpi.ru/articles/2005/192.pdf)

Авторы по-своему и близко подошли к взаимосвязи диаграмм Лоренца и функции плотности, рассмотрев отдельный частный случай. Но полные обобщения сделаны не были.

Обратите внимание, что суммовые накопительные диаграммы авторы строят, наподобие «футбольной» (см. «шаг\_2»), то есть по убыванию на оси «Х». Вообще необходимо помнить, что при возрастающем «Х» кривые в суммовых относительных координатах всегда проходят под диагональю абсолютного равенства (0,0)□ (100,100).

Вот небольшая цитата о количественном содержании принципа Парето.

«Как показывает практика применения закона Парето в логистике, соотношение 20:80 не является абсолютным и универсальным, хотя, как правило, отклонения от этого соотношения не очень велики. Зачастую соотношение 20:80 трансформируется в 15:85 или в 30:70. Отметим, что взаимодополняемость до 100% входящих в исследуемый закон величин не является обязательной. Можно рассматривать следствие принципа дисбаланса в формулировке, например, 10:70 или 50:95.»

«В чём практическая польза «принципа Парето»? Этот принцип обосновывает необходимость концентрации всегда ограниченных ресурсов предприятия на ограниченном участке «фронта» вместо их привычного распыления по множеству направлений. Он помогает определить именно тот участок, где можно рассчитывать на максимальный результат от своих усилий.

Всё предельно ясно и понятно, никаких высоких материй и заумных теорий. «Принцип Парето» очевиден, прост и, несомненно, имеет место быть в нашей суровой действительности. А учиться ему – две минуты.

...Так что ситуация с «принципом Парето» во многом аналогична ситуации с мольеровским персонажем, неожиданно узнавшим, что он говорит не просто так, а прозой. Поэтому должны быть более глубокие причины отсутствия особых результатов принципа, нежели элементарное незнание. Что же мешает? Возможно, какие-то отдалённые нежелательные эффекты? А может с ним самим не так просто?...

...Предположим, ассортимент сократился до одного продукта, имеющего практически неограниченный во времени спрос (хлеб, например, или прищепки). Где теперь будет проявляться «принцип Парето»? Если продукт один, то следует ожидать, что меньшая часть продукта будет создавать большую часть дохода согласно постулированной всеобщности принципа. Но продукт-то продаётся целиком! Следовательно, надо рассмотреть продукт как совокупность его характеристик. Создание каждой характеристики требует своей доли затрат по производству этого продукта и можно ожидать, что эффективность этих затрат распределяется в соответствии с «принципом Парето».

Здесь уместно вспомнить о концепции тотального управления качеством (TQM), в соответствии с которой все затраты на производство продукта рассматриваются как затраты на создание качества этого продукта. То есть, всё усилия и затраты, которые идут на создание ненужных потребителю характеристик продукта, будут напрасными. Следовательно, можно выбросить, для начала, аутсайдеров? Увы, не получится из-за системных эффектов. Почему?

Рассмотрим для наглядности бригаду сборщиков. Можно ли полагать, что 20% из них дают 80% результата? Нет, конечно: исключение даже одного человека из конвейерной цепочки обесценит работу всей бригады — конвейер остановится. А ведь работа этой бригады обеспечивается множеством «конвейеров»-процессов, где разнообразные ресурсы добываются, готовятся и доставляются к главному конвейеру. Неважно, что эти «конвейеры» внешне совсем не похожи на привычные. Важно то, что их нельзя исключить. А самое интересное: какой работник на

конвейере главный? Ясно, что все там главные. Но, в то же время, интуитивно понятно: кто-то делает более важную работу, а кто-то – менее, без которой, однако, не сделаешь главную. Играет команда, а мяч забивает нападающий. Не углубляясь в детальное исследование, констатируем: к ситуациям, где имеют место быть системные эффекты, «принцип Парето» неприменим. (подчеркнуто мной – А.С.)

...Точно такой же системный эффект будет наблюдаться и в устройстве продукта, так как любое качество (полезное или нет) есть системное качество, результат взаимодействия. То есть, всякое качество существует не само по себе, а реализуется с помощью продукта, который сам по себе потребителю не нужен. Получается странная картина: «правило Парето» явно проявляется, а использовать его нельзя...

- ...Так как же быть с «принципом Парето»? Применять, конечно, но помнить:
- 1. Этот принцип только форма, в которой человек воспринимает избыточность, обеспечивающую эволюционную гибкость предприятий.
- 2. Норма избыточности в каждой области деятельности человека имеет своё характерное значение, не обязательно равное отношению 80:20 и предопределяемое вполне управляемыми факторами.
- 3. Избыточность должна быть не платой за прошлые ошибки и несовершенство, а инвестицией в будущее...»

# T. Василенко (timur@polartv.ru)

«Миф о 80/20» (http://www.improvement.ru/zametki/pareto/)

Автор изящно доказывает, что «искомая точка Парето (затвержденная, как 0,2) всегда существует, ее значение меньше 0,5 и равно ему в единственном случае – равномерного распределения результата по объектам. ...Существует такое число  $0 < \mathbf{a} < 0,5$ , что объекты можно разбить на две группы М1 и М2 так, что численность группы М1 будет равна  $\mathbf{a} \square$   $\mathbf{n}$ , а результат  $\mathbf{R}(\mathbf{M}1) = (1-\mathbf{a}) \square \mathbf{R}(\mathbf{M}1,\mathbf{M}2)$ ,  $\mathbf{m}$ .е.  $(1-\mathbf{a})$  от общего результата всех объектов».

Принцип Парето оказался «на удивление тривиальным – всего лишь иное выражение неравномерности распределения результата по объектам, а в практическом плане – сначала самое важное, потом остальное. Не грех лишний раз напомнить и в этом наибольшая польза этого принципа.»

В статье Т.Василенко много интересного, в том числе ссылки на литературу... Но дадим заключительные цитаты.

«Мы «можем сформулировать психологическую формулировку принципа Парето: Из 7±2 объектов (групп, дел) 1-2 заслуживают нашего особого внимания (приносят основной результат). В такой формулировке значение точки Парето находится как раз в пределах 0,1-0,25, что примерно соответствует правилу 80/20. В этой формулировке становится понятно, почему принцип Парето в основном упоминается в книгах по time-менеджменту — неопределенности в оценке важности дел и потребного на них времени настолько велики, что этот принцип не поддается точной количественной проверке. А как наглядный стимул он работает что надо. Думаю, любой рекламщик отдал бы мизинец, лишь бы придумать столь яркий слоган.

...Принцип Парето, или правило 80/20, имеет еще одно название — принцип Дисбаланса. Обычно он звучит так: *Большая часть усилий пропадает зря.* Более вредное утверждение трудно придумать! Вы этому верите? Если да, то ваша картина мира явно одномерна. Любая сложная система описывается набором параметров. Глупо думать, что каждый из них распределен по всей системе равномерно, на каких-то элементах достигается максимум. Но еще глупее думать, что максимум по всем параметрам достигается на одних и тех же элементах.»

Комментировать больше я не буду. Ставим многоточие. Здесь этот седьмой «шаг» □ заключительный. Всем – «спасибо». Оглядываясь же назад, можно сказать следующее.

В некоторых вещах я так и не разобрался, прошел не до конца. Не понял, в том числе, парадоксы (для меня) в соотношениях некоторых диаграмм. Поэтому иногда я приводил избыточные данные, оставлял следы... Я же сразу признался в неготовности пройти по полному пути. А разве мало пройденного?.. Да и значит, есть еще куда идти. И не только мне...

А за выводами по системе распределения общих ресурсов, например, общего богатства кроется очень многое. *Подход, исходя из критерия максимальной творческой самореализации людей, порождает совсем другую экономическую систему, иную систему механизмов.* 

Главное здесь — появление общего хозяйственного интереса, общего дела, как в рамках одного предприятия, так и в целом по стране; появление общего дела, которое институализируется своей системой механизмов.

Я раскрою чуть-чуть эти элементы. Что более всего обременяет предприятия? Ну конечно, всё, что связано с налогами. По тем же позициям затратности, коррупционности и т.д. налоговые отношения обременяют и государство. Это с одной стороны. С другой стороны, основные отношения граждан и государства почему то всегда «дрейфуют» к просто «раздаточному окошку». То, что гражданин является «источником» и содержит государство, совершенно не ощущается. А ведь это важно – ощущать взаимосвязь и ответственность.

Как-то всё перевернуто, вязко, подернуто пеленой в отношениях этих 3-х макросубъектов. Освободив их, вся система может работать на порядок эффективнее (если хотите, радостнее). И это не иллюзия. Подробности механизмов – см. «Четыре момента» (http://www.trinitas.ru/rus/doc/0228/003a/02280002.htm). Результатом новой системы должны быть прямые непосредственные отношения в этом треугольнике макро-субъектов.

Но чтобы не быть голословным, назову здесь только 2 стороны одного момента (система, конечно же, имеет не один механизм и на разном уровне):

- 1. Предприятия не платят федеральные налоги; никакие, кроме экологических платежей... Но они обязаны платить зарплату по квадратичной зависимости в рамках определенного фонда.
- 2. Бюджет формируется из доходов граждан по четким направлениям федерального и местного уровней.

И назову лишь 2 «конкретизации» этого момента, имеющие далекие последствия:

- 1. Местная часть налогов остается в территории по месту работы граждан, а не «прописки» предприятий,
  - 2. Платят налоги все работники, в том числе и не граждане РФ.

Посмотрите сами, куда это ведет...

Конечно, анализ распределений не покажет средства (и обоснованность) получения доходов. Категории Свободы и Справедливости, таланта или криминала, добра или зла — это выше математики. И определенный строй ценностей присутствует внутри нас постоянно, даже когда мы об этом не говорим, но, например, делаем математические построения. Основа ощущения человеком благо-

состояния находится в духовной сфере. Речь же здесь идет о поддержке «человеческого» в социуме. Как, отдавая приоритеты «культурному состоянию человека» и понимая само-стоятельность этого, все же помочь ему быть таковым и проявить свои потенции? Через какие механизмы социум должен отвечать цели творческой реализации каждого человека? В XXI веке нет альтернативы, кроме как пробудить творчество в человеке и поддержать его. Опять же, основы этого находятся в духе человека. А здесь нам приходится рассматривать формальные вещи. Искать наиболее адекватные сообществу людей механизмы, которые, как представляется, будут поддерживать и более эффективный социум.

Еще раз повторю, для нас важно ощущение общего движения, общего дела. Важно для эффективности и стабильности всем: и работодателям, и работникам, и государству. Хозяйственная система здесь напрямую связывается с традицией. Так и надо искать родовые экономические механизмы. В них российский человек, человек этих особенных территорий обретет нужное ему: общее движение. Это еще не соборность, но и уже больше, чем солидарность...

p.s.

Не могу не привести быстрый отклик Э.М.Сороко.

« ...идея в материале развивается с позиций линейной парадигмы (классической теории вероятности), а обобщения переносятся на неклассические вещи устойчивость-неустойчивость и пр. Почему этого делать нельзя? Потому что в классической (линейной) теории вероятностей события независимы, т.е. связей между ними нет, а строятся распределения для социального мира, где такие связи существуют. Так что весь аппарат, использованный Вами, неадекватен. Это, вопервых, — методологическая несостоятельность построений также и тех, на кого Вы ссылаетесь. А во-вторых, все эти распределения Парето, Ципфа, Пирсона и пр. это не более чем паллиативы, попытка каким-то образом аппроксимировать отклонения от нормального распределения, видя, что в нестохастических системах оказывается состоятельна детерминирующая связь, а закон этой связи неизвестен. Этот закон — обобщенные золотые сечения, алгоритмы, узлы меры, аттракторы, параметры порядка, ряды фибоначчи. Все — обобщенные, они, как весточка от новой парадигмы включившей себя фактор самоорганизации, науки, В

детерминации, неравновесной устойчивости, нелинейности, энтропийного тестирования состояний эволюционирующих и саморазвивающихся систем, диссипативных структур».

Во всем этом материале мне важна актуальность, практичность, возможность продвинутся до реальных механизмов в социальной сфере, адекватность постановки задач и их решения. Поэтому я привел текст Эдуарда Максимовича. Приведу и ответ на него.

«Этот закон — обобщенные золотые сечения, алгоритмы, узлы меры, аттракторы, параметры порядка, ряды Фибоначчи», — безусловно, принимается, как подход, как метода... Но дело в другом. Я не встретил нигде, чтобы кто-то на этом языке предложил практичные вещи! Одни заклинания. А нам всем нужны не высокие понятия сами по себе, а практические предложения устройства социально-экономической сферы, где понятны были бы инструменты, ограничения... Осознание идеи, принципа, смысла — ну, безусловно, без этого никуда. Но это будет блеф, если за этим не последуют практичные вещи.

Вообще для начала неплохо было подвергнуть сомнению всеобщую увлеченность в XX веке этим Парето. Это 🗆 во-первых. Во-вторых, я не думаю, что в представлении результатов, в средствах отображения стоит стена классической и неклассической парадигмами. Подходы разные, а выводы могут оказаться одинаковые; тем более показывать их можно одинаково. Сознание исследователя главный воспринимающий инструмент посредник действительностью; во что это сознание облечет свои наблюдения, не будет напрямую зависеть от парадигмы (то бишь от общепринятых слов и выражений). Я этим просто расставляю приоритеты в познании. Но я действительно хотел бы услышать от синергетиков уже и что-то реальное об устройстве социума, где бы они задались понятными критериями, провели анализ своей модели и сделали практические предложения.

Я принимаю «синергетизм» и как религию, но хотелось бы от науки конкретного. Но вот новая парадигма уже говорит о естественности отсутствия общепринятого понимания (мнения). В тысячелетия существующем обыкновенном человеческом восприятии (а проще — в общении людей) такой подход вполне объясним и давно принят. Но все же обсуждать можно только конкретное. И человеческая истина это то, в котором <u>что-то</u> четко расставлено.

Сигналы обязательно проходят между мирами парадигм и проявляются в том или ином виде, в том или ином представлении результатов. Другое дело — эти сигналы увидеть и понять... Но вот, что точно доступно классическим методам — это задание рамок, ограничений.

Не меньшая задача – адекватно и доходчиво донести до политиков современные выводы адекватного устройства человеческого сообщества. А политикам как раз и нужно, прежде всего, знание ограничений и рамок.

Конечно, моделировать социальную сферу вероятностными методами – смешно и думать. О моделировании и речи не шло. Здесь:

- 1 отвергаются неприемлемые аналогии и обобщения,
- 2 предлагаются другие подходы и гипотезы,
- 3 предлагаются определенные количественные критерии для оценки, как представляется, важного элемента в гармоничном социуме гармоничного распределения общего ресурса для возможности творческой самореализации.

Я и пытался говорить о мере – о «мере негауссовости», о содержании и месте этой «негауссовости»... И надеюсь на продолжение его.

И закончу все же словами Э.М.Сороко.

«По отношению к объектам, где всегда есть частичная зависимость, а чистой независимости нет, неправомерно использовать классическую теорию вероятностей и линейную статистику, нужна неклассическая теория, и тогда надобность в паллиативах, приближениях, аппроксимации сама собой отпадет.

К концу XX века во многих областях знаний построены свои, уже «макроквантовые» теории. И им нужны квантовые числа, которыми могут быть только Обобщенные Золотые Сечения. То, что они не в ходу у естественников — виной недостаток информации, ибо все пока еще живут и действуют в рамках методологии картезианского разлива, — в аналитике, логике, детерминации, которая скорее напоминает «карикатуру на науку, нежели самую науку» (Илья Пригожин), а не в архетипе целостности, не в полях когеренции...

...Синергетика — это наука, одинаково приемлемая для всех других наук, но ее самонадеянно, чуждаясь названия (хотя это слово встречается в Библии, у Аристотеля и других древних мыслителей), все же (с позиций ложного чувства «знаниевой» самодостаточности порождаемой на высотах университетской образованности), современных университетах, будучи «не проходят» В

зашоренными аналитической (не синтезной) логикой (к которой прикованы навечно как к последнему прибежищу ума), картезианской парадигмой. Она, будучи встроенной в общую теорию систем, придает ей орудийно-инструментально-операциональный статус (без нее та лишь методологична, т.е. практически беззубая), а наряду с инвариантами (Обобщенными Золотыми Сечениями) превращает ее в мощное конкретное средство практического знания и познания, сравнимое с твердой наукой классического толка (без инвариантов нет науки, а лишь сборище эклектических мнений, суждений). Вы «хотите услышать от синергетиков», а Вы уверены, что поймете то, что услышите? Вот Пифагора до сего времени не понимают, хотя умы стали старше не 2,5 тыс. лет; измышляют на него всевозможные карикатуры как на дурачка, которому якобы «в небе чудилась прекрасная музыка сфер».

...Как можно основываться на гауссовости и искать отклонения от нее, утверждая первое, что «моделировать социальную сферу вероятностными средствами нечего и думать». Все равно базис у Вас — гауссовость и Вы ищете лишь средства отклонения от нее, т.е. мягкую, искаженную гауссовость, тогда как дело (базис, фундамент) не в этом, а в создании новой, неклассической теории вероятности, в которой события («испытания») изначально, постулативно неравноправны, частично зависимы, некоторые необратимы (т.е. играет роль направление градиента, знак — пойти туда пойду, а назад не вернусь или едва ли вернусь). Вот здесь и лежат истоки формы (структуры), предзадающей событиям то, каким им быть, «каковыми вступать в жизнь», в конкуренцию друг с другом. У всех (в силу происхождения, иных условий) различные стартовые позиции, а результат должен быть один □ победа...»

Сергей А. Алферов, Несколько шагов в интересную сторону... (часть 2) // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.13953, 30.10.2006